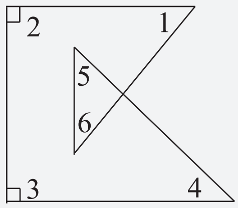
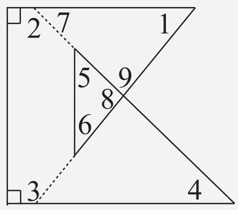
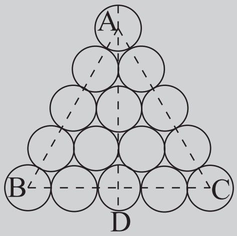
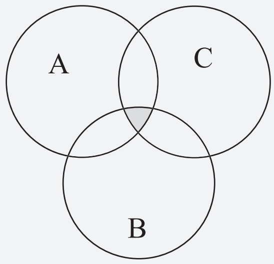
PB002-1　新編數學測驗全真模擬試題　1020411

頁次	題號	正解（勘誤）
5	第1題	（D）▲$\frac{20}{21}$化為小數時，萬分位數為：（A）9（B）5（C）2（D）3。 【註：$\frac{20}{21}=0.\overline{95238}$。】
8	第1題	▲甲、乙二數的平均是13，乙、丙二數的和是46，甲、丙二數的和是40，則甲數、乙數、丙數分別是多少？ 【答：甲：10，乙：16，丙：30。】 解：$\frac{甲+乙}{2}=13 \Rightarrow 甲+乙=26$……① $乙+丙=46$……② $甲+丙=40$……③ ①＋②＋③ $\Rightarrow 2甲+2乙+2丙=26+46+40=112$ $\Rightarrow 甲+乙+丙=56$……④ ∴④－②⇒$甲=10$ ④－③⇒$乙=16$ ④－①⇒$丙=30$。
8	第2題	▲1、2、3、……、100中： (1)能被6整除的正整數有多少個？ (2)承上題，其和是多少？ (3)又能被6整除，但不能被9整除的有多少個？ (4)不能被6也不能被9整除的有多少個？ 【答：(1)16；(2)816；(3)11；(4)78。】 解：(1)$100\div 6=16$……4 所以有16個數能被6整除，最小的數為6，最大的數為96。 (2)總和$=\frac{(6+96)\times 16}{2}=102\times 8=816$。 (3)所求＝（能被6整除的個數）－（能被18整除的個數） $=16-5=11$。 (4)所求＝100－（能被6整除的個數＋能被9整除的個數－能被18整除的個數） $=100-(16+11-5)=78$。

10	第4題	▲化簡$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}-1}$。 【答：$\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$。】 解：原式$=\frac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}-\frac{1\times(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)\times(\sqrt{3}+1)}$ $=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}-\frac{\sqrt{3}+1}{3-1}$ $=(\sqrt{3}-\sqrt{2})-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ $=\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$。
11	第4題	（A）▲下列哪一種心的位置不一定要在△內部？（A）外心（B）內心（C）重心（D）旁心。 【註：①內心、重心位置恆在△內部，旁心恆在△外部。 ②外心、垂心位置可在△內部、外部及斜邊中點。 】
15	第2題	▲如下圖：∠1＋∠2＋∠3＋∠4＋∠5＋∠6為幾度？【96警專甲、99警專乙】  【答：360°。】 解：∠2＝∠3＝90° 如下圖：  ∠4＝∠7 ∠1＋∠7＝∠8 ∠5＋∠6＝∠9 ∠8＋∠9＝180° 即∠1＋∠7＋∠5＋∠6＝180° ⇒∠1＋∠4＋∠5＋∠6＝180° 故∠1＋∠2＋∠3＋∠4＋∠5＋∠6 ＝∠2＋∠3＋∠1＋∠4＋∠5＋∠6 ＝90°＋90°＋180°＝360°。

18	第2題	▲底直徑60公分的圓柱體油桶15個，推置5層（如下圖），其高度為多少？  【答：$60(1+2\sqrt{3})$。】 解：△ABC為正△，又 $\overline{AB}=240$、$\overline{BD}=120$ ∴ $\overline{AD}=\sqrt{240^2-120^2}=120\sqrt{3}$ 所求$=60+120\sqrt{3}=60(1+2\sqrt{3})$。
20	第2題	（Ａ）▲設A＝{1，2，3，4，5，6，7，8}、B＝{1，3，5，7，9}、C＝{3，6，9，12，15，18}，則下列各式何者是不正確的？（Ａ）A－B＝{2，4，6，8，9}（Ｂ）B－A＝{9}（Ｃ）A－(B∪C)＝{2，4，8}（Ｄ）(B∪C)－A＝{9，12，15，18}。【95警專乙】 【註：A＝{1，2，3，4，5，6，7，8} B＝{1，3，5，7，9} C＝{3，6，9，12，15，18} A－B＝{2，4，6，8}，B－A＝{9} B∪C＝{1，3，5，6，7，9，12，15，18} A－(B∪C)＝{2，4，8} 又(B∪C)－A＝{9，12，15，18}。】
21	第1題	（Ｃ）▲判斷下列集合的關係，何者是不正確的？（Ａ）A、B、C三集合必滿足A－(B∪C)＝(A－B)∩(A－C)（Ｂ）若a∈A且A⊂B，則a∈B（Ｃ）A、B、C三集合滿足A∩B＝A∩C，則B＝C（Ｄ）若A⊂B且B⊂C，則A⊂C。 【註：（Ａ）A－(B∪C)＝A∩(B∪C)' ＝A∩(B'∩C') ＝(A∩B')∩(A∩C') ＝(A－B)∩(A－C)。 （Ｃ）設A＝{1，2}、B＝{2，3}、C＝{2，4} 則A∩B＝A∩C＝{2}，但B≠C。】

<table>
<tr>
<td>21.22</td>
<td>第2題</td>
<td>▲設n(S)表S集合中不同元素個數，且A、B、C均為$\overline{u}$集合中的部分集合，S'表S之補集，若$n(\overline{u})=692$、$n(A)=300$、$n(B)=230$、$n(C)=370$、$n(A\cap B)=150$、$n(A\cap C)=180$、$n(B\cap C)=90$、$n(A\cap B'\cap C')=10$，試求：【93警專甲】
(1)$n(A\cap B\cap C)$。
(2)$n(A\cup B\cup C)$。
(3)$n(A'\cap B'\cap C')$。
【答：(1)40；(2)520；(3)172。】
解：$\because n(A)=n(A\cap C)+n(A\cap B)-n(A\cap B\cap C)$
$+n(A\cap B'\cap C')$
$\therefore$(1)$n(A\cap B\cap C)$
$=n(A\cap C)+n(A\cap B)+n(A\cap B'\cap C')-n(A)$
$=180+150+10-300$
$=40$。
(2)$n(A\cup B\cup C)$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-$
$n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$
$=300+230+370-150-180-90+40$
$=520$。
(3)$n(A'\cap B'\cap C')=n(\overline{u})-n(A\cup B\cup C)$
$=692-520$
$=172$。

</td>
</tr>
</table>

25	第1題	▲設k為一正實數，集合$A=\{x\mid \lvert x-1\rvert\leq 5,\ x\in R\}$、$B=\{x\mid \lvert x-1\rvert\leq k,\ x\in R\}$：【96警專甲】 (1)若$A\subset B$，則k之最小值為多少？ (2)若$B\subset A$，則k之最大值為多少？ 【答：(1)5；(2)5。】 解：集合A：$\lvert x-1\rvert\leq 5\Rightarrow -5\leq x-1\leq 5$ $\Rightarrow -4\leq x\leq 6$ 集合B：$\lvert x-1\rvert\leq k$，$k>0\Rightarrow -k\leq x-1\leq k$ $\Rightarrow 1-k\leq x\leq 1+k$ (1)欲$A\subset B$，則須$1-k\leq -4$且$1+k\geq 6$ $\Rightarrow k\geq 5$且$k\geq 5$ $\Rightarrow k\geq 5$ $\therefore k$之最小值為5。 (2)欲$B\subset A$，則須$1-k\geq -4$且$1+k\leq 6$ $\Rightarrow k\leq 5$且$k\leq 5$ $\Rightarrow k\leq 5$ $\therefore k$之最大值為5。
27	第1題	▲若$A=\{x\mid x=3k+1,\ k\in Z,\ 1\leq x\leq 300\}$、$B=\{x\mid x=5n+2,\ n\in Z,\ 1\leq x\leq 300\}$，求： (1)$n(A)$。 (2)$n(A\cap B)$。 【答：(1)100；(2)20。】 解：$\because 1\leq x\leq 300$，$x=3k$ $k=0$、1、2、……、99　$\therefore n(A)=100$，$1\leq x\leq 300$ $x=5n+2$，$n=0$、1、2、…、59　$\therefore n(B)=60$ 當$x\in A\cap B$時，$x=5n+2=3k+1\Rightarrow k=\dfrac{5n+1}{3}=n+\dfrac{2n+1}{3}$ $\because k\in Z\Rightarrow \dfrac{2n+1}{3}\in Z\Rightarrow n=1+3r$，$r\in Z$ $\therefore x=5(1+3r)+2=15r+7$，$r\in Z$ $r=0$、1、2、……、$19\Rightarrow n(A\cap B)=20$。
27.28	第3題	▲設$S=\{(x,y)\mid 2x+y+1=0,\ x-2y+8=0\}$、$T=\{(x,y)\mid x+3y=a,\ x-2y=b\}$，若$S=T$，試求a、b之值為多少？【96警專甲】 【答：$a=7$，$b=-8$。】 解：S：$\begin{cases}2x+y+1=0\\x-2y+8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases}\Rightarrow S=\{(-2,3)\}$ $S=T\Rightarrow(-2,3)\in T=\{(x,y)\mid x+3y=a,\ x-2y=b\}$ $\Rightarrow\begin{cases}-2+9=a\\-2-6=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=7\\b=-8\end{cases}$。

29	第1題	（C）▲下列何者是x的多項式？（A）$\sqrt{x}+3$（B）2^x+1（C）$x^2+\sqrt{3}x+1$（D）$\frac{1}{x}$。【95警專乙】 【註：多項式之文字符號不可在絕對值、分母、根號。】
30	第1題	（C）▲設多項式$f(x)$除以$3x-2$的商為$Q(x)$，餘式為r，則下列何者不正確？（A）$f(x)$除以$x-\frac{2}{3}$的商為$3Q(x)$，餘式為r（B）$f(x)$除以$5(3x-2)$的商為$\frac{Q(x)}{5}$，餘式為r（C）$xf(x)$除以$3x-2$的商為$xQ(x)$，餘式為r（D）$f(\frac{x}{3})$除以$x-2$的商為$Q(\frac{x}{3})$，餘式為r。【97警專甲、97警專乙、99警專甲】 【註：由$f(x)=(3x-2)Q(x)+r$ （A）$f(x)=(x-\frac{2}{3})\times 3Q(x)+r$ $\therefore f(x)$除以$x-\frac{2}{3}$之商為$3Q(x)$ 餘式為r。 （B）$f(x)=5(3x-2)\frac{Q(x)}{5}+r$ $\therefore f(x)$除以$5(3x-2)$之商為$\frac{Q(x)}{5}$ 餘式為r。 （C）$xf(x)=x(3x-2)Q(x)+rx$ $=x(3x-2)Q(x)+\frac{r}{3}(3x-2)+\frac{2r}{3}$ $\therefore xf(x)$除以$3x-2$之商為$xQ(x)+\frac{r}{3}$ 餘式為$\frac{2r}{3}$。 （D）$f(\frac{x}{3})=(x-2)Q(\frac{x}{3})+r$ $\therefore f(\frac{x}{3})$除以$x-2$之商為$Q(\frac{x}{3})$ 餘式為r。】

32	第2題	▲設 $f(x)=(x+1)^n(x^2+ax+b)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 $2^n(x-1)$，求a、b之值為何？【99警專甲、99警專乙】 【答：$a=-1$，$b=0$。】 解：令 $(x+1)^n(x^2+ax+b)=(x-1)^2Q(x)+2^n(x-1)$ 右端被 $x-1$ 整除 ⇒左端被 $x-1$ 整除 $\Rightarrow x-1 \mid x^2+ax+b$ $\therefore 1+a+b=0$……① 且 $x^2+ax+b=(x-1)(x+a+1)$ 原式 $(x+1)^n(x-1)(x+a+1)=(x-1)^2Q(x)+2^n(x-1)$ $\Rightarrow (x+1)^n(x+a+1)=(x-1)Q(x)+2^n$ $x=1$ 代入，$2^n(a+2)=2^n$ $\Rightarrow a+2=1$ $\Rightarrow a=-1$ 代入①得 $b=0$。
36	第3題	▲設 $[a+(b+c)^6]^8$ 展開式中： (1)共有幾項？ (2) $a^6b^{10}c^2$ 之係數為多少？ 【答：(1)225；(2)1848。】 解：(1) $[a+(b+c)^6]^8=\sum_{k=0}^{8}C^8_k a^{8-k}(b+c)^{6k}$ ∴共有 $1+7+13+19+25+31+37+43+49=225$（項）。 (2)取 $k=C^8_2a^6(b+c)^{12}$ $\therefore C^8_2C^{12}_2=\frac{8\times7}{1\times2}\times\frac{12\times11}{1\times2}=1848$。
37	第1題	▲設多項式 $h(x)$ 被 x^2-1 除後的餘式為 $3x+4$，並且已知 $h(x)$ 有因式x。若 $h(x)$ 被 $x(x^2-1)$ 除後的餘式為 px^2+qx+r，則數對 $(p，q，r)$ 為何？【97警專甲、99警專甲、99警專乙】 【答：$(4，3，0)$。】 解：$h(x)$ 被 $x(x^2-1)$ 除之餘式為 px^2+qx+r 令 $h(x)=x(x^2-1)Q(x)+px^2+qx+r$ $\because h(x)$ 被 x^2-1 除之餘式為 $3x+4$ $\therefore px^2+qx+r$ 被 x^2-1 除之餘式為 $3x+4$ 則 $px^2+qx+r=p(x^2-1)+3x+4$ 故 $h(x)=x(x^2-1)Q(x)+p(x^2-1)+3x+4$ 又 $h(x)$ 有因式x，由因式定理知 $h(0)=0$ $\Rightarrow h(0)=0\Rightarrow 0-p+4=0\Rightarrow p=4$ 故 $px^2+qx+r=4(x^2-1)+3x+4=4x^2+3x$ $\therefore p=4、q=3、r=0$ $\Rightarrow (p，q，r)=(4，3，0)$。

39	第1題	（C）▲設a、b∈R，則下列敘述何者不正確？（A）若$\frac{a}{b}>0$，則$ab>0$（B）若$ab>0$，則$\frac{a}{b}>0$（C）若$ab\geqq 0$，則$\frac{a}{b}\geqq 0$（D）若$\frac{a}{b}\geqq 0$，則$ab\geqq 0$。 【註：利用①若$\frac{b}{a}>0$，a、b同號（同為正數或負數） $\therefore ab>0$。 ②同上，ab同號，$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$ $\because$ a與$\frac{1}{b}$同號 $\therefore \frac{a}{b}>0$。 ③若$ab\geqq 0$，則在$b=0$時，$\frac{a}{b}$無意義（若分母為0，則該數無義），$\frac{a}{b}\neq 0$。 ④若$\frac{a}{b}\geqq 0$，同①②，a、b，同號，又$b\neq 0$ $\therefore ab\geqq 0$。】

42.43

第2題

▲某養豬戶A、B、C三種不同原料調製二種飼料，第一種飼料中A、B、C三種原料各占$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{2}$，第二種飼料中A、B、C三種原料各占$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$，若現有A原料6份、B原料5份、C原料7份，而第一種飼料能使豬隻增肥5000公克，第二種飼料中能使豬隻增肥4000公克，問這二種飼料各調配幾份（限制每份為一個單位），可將豬隻增至最肥？【94軍校乙、95警專乙、96警專乙】

【答：第一種飼料調配11份，第二種飼料調配6份，可將豬隻增肥最多79000公克。】

解：設第一種飼料調配x份，第二種飼料調配y份，依題意：

$$\Rightarrow\begin{cases} x\geqq 0、y\geqq 0 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y\leqq 6 \\ \frac{1}{6}x+\frac{1}{2}y\leqq 5 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y\leqq 7 \end{cases} \Rightarrow\begin{cases} x\geqq 0、y\geqq 0 \\ 4x+3y\leqq 72 \\ x+3y\leqq 30 \\ 2x+y\leqq 28 \end{cases}$$

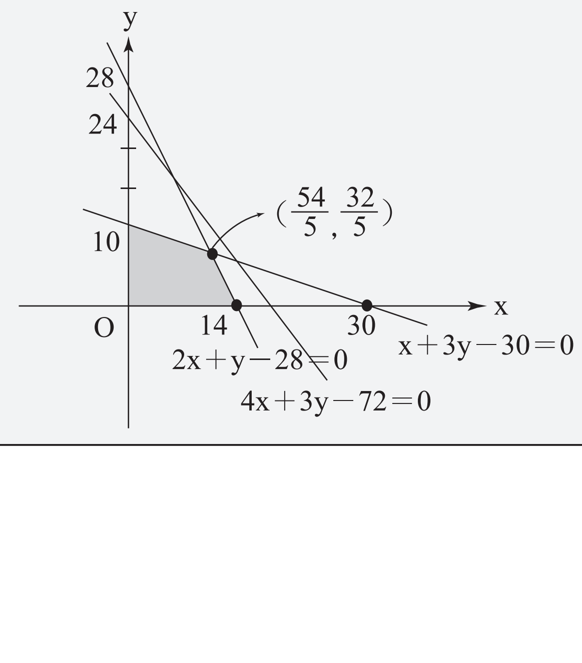
目標函數$k=5000x+4000y$，其斜率為$-\frac{5}{4}$，比$-\frac{4}{3}$稍大

故平行線最先碰到頂點$(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$

但題意要求產量需要整數，所以要找$(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$附近的格子點（且在可行解區域內）在可行解內與$(\frac{54}{5}, \frac{32}{5})$附近的格子點有(9, 7)、(10, 6)、(11, 6)

(x, y)	(9, 7)	(10, 6)	(11, 6)
k	73000	74000	79000

所以第一種飼料調配11份，第二種飼料調配6份，可以將豬隻增肥最多為79000公克。



44-46	第3題	▲若$x^2+3x+1=0$之兩根為a、b，則：【94軍校乙】 (1)$\sqrt{a}+\sqrt{b}$為多少？ (2)以$\dfrac{b+1}{a^2+4a}$、$\dfrac{a+1}{b^2+4b}$為兩根之方程式為多少？ 【答：(1)$\sqrt{5}i$；(2)$5x^2-5x-1=0$。】 解：(1)已知$a+b=-3$、$ab=1\Rightarrow a$、b均小於0 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b$ $=(a+b)-2\sqrt{ab}$（$a<0$、$b<0\Rightarrow\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$） $=-3-2$ $=-5$ 故$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{-5}=\sqrt{5}i$。 (2)$x^2+3x+1=0$之兩根為a、b $\therefore a^2+3a+1=0$、$b^2+3b+1=0$ $\Rightarrow a^2+4a=a-1$、$b^2+4b=b-1$ $\dfrac{b+1}{a^2+4a}+\dfrac{a+1}{b^2+4b}$ $=\dfrac{b+1}{a-1}+\dfrac{a+1}{b-1}$ $=\dfrac{(b^2-1)+(a^2-1)}{(a-1)(b-1)}$ $=\dfrac{(a+b)^2-2ab-2}{ab-(a+b)+1}$ $=\dfrac{(-3)^2-2\times1-2}{1-(-3)+1}$ $=1$ $\dfrac{b+1}{a^2+4a}\times\dfrac{a+1}{b^2+4b}$ $=\dfrac{b+1}{a-1}\times\dfrac{a+1}{b-1}$ $=\dfrac{ab+(a+b)+1}{ab-(a+b)+1}$ $=\dfrac{1+(-3)+1}{1-(-3)+1}$ $=-\dfrac{1}{5}$ ∴所求方程式為： $x^2-(\dfrac{b+1}{a^2+4a}+\dfrac{a+1}{b^2+4b})x+(\dfrac{b+1}{a^2+4a}\times\dfrac{a+1}{b^2+4b})=0$ $\Rightarrow x^2-x-\dfrac{1}{5}=0$ 即$5x^2-5x-1=0$。

46.47	第2題	▲若不等式$ax^2+3x+b>0$之解為$-1<x<4$，則不等式$4ax^2+2bx+12>0$之解為何？【94軍校乙、98警專甲】 【答：$-1<x<3$。】 解：$-1<x<4$ $\Rightarrow(x+1)(x-4)<0$ $\Rightarrow x^2-3x-4<0$ 則$ax^2+3x+b>0$與$-x^2+3x+4>0$同義，故$\dfrac{a}{-1}=\dfrac{3}{3}=\dfrac{b}{4}$ $\Rightarrow a=-1$、$b=4$ 而$4ax^2+2bx+12>0$ $\Rightarrow -4x^2+8x+12>0$ $\Rightarrow -x^2+2x+3>0$ $\Rightarrow x^2-2x-3<0$ $\Rightarrow(x+1)(x-3)<0$ 得$-1<x<3$。
48	第2題	▲設$a\in R$，若二次不等式$(2a-3)x^2-2ax+(a+2)<0$沒有實數解，則a的範圍為何？ 【答：$a\geqq 2$。】 解：二次不等式$(2a-3)x^2-2ax+(a+2)<0$ $\Rightarrow\begin{cases}2a-3>0\\(-2a)^2-4(2a-3)(a+2)\leqq 0\end{cases}$ $\Rightarrow\begin{cases}a>\dfrac{3}{2} & \cdots\cdots①\\a\leqq -3\text{或}a\geqq 2 & \cdots\cdots②\end{cases}$ ①∩②$\Rightarrow a\geqq 2$。

<table>
<tr>
<td>50.51</td>
<td>第1題</td>
<td>

▲某學生A根據以往的經驗得知：每花10小時在用功唸書上，可提昇應考實力10點，考運5點；反之，若花10小時在燒香拜拜上，則可提高考運6點，應考實力4點，根據學長、姐經驗發現通過考試至少需要160點的應考實力及160點的的考運，且綜合點數(考運＋實力)至少360點。試問：【94軍校乙、96警專乙】

⑴A要通過期末考至少要花多少時間？（設其實力及考運皆為0）

⑵這些時間該如何分配運用，效果最好？（請以圖表示）

【答：⑴290小時；⑵用功唸書140小時，燒香拜拜150小時。】

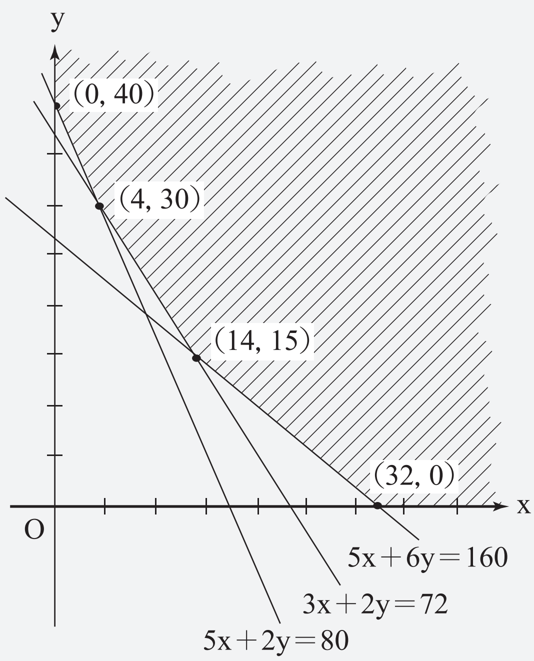
解：設需用功唸書10x小時，燒香拜拜10y小時

$$\begin{cases} 5x+6y \geqq 160 \\ 10x+4y \geqq 160 \\ 15x+10y \geqq 360 \\ x \geqq 0、y \geqq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+6y \geqq 160 \\ 5x+2y \geqq 80 \\ 3x+2y \geqq 72 \\ x \geqq 0、y \geqq 0 \end{cases}$$

目標函數：求 $f(x, y)=x+y$

<table>
<tr><td>(x, y)</td><td>(0, 40)</td><td>(4, 30)</td><td>(14, 15)</td><td>(32, 0)</td></tr>
<tr><td>x＋y</td><td>40</td><td>34</td><td>29</td><td>32</td></tr>
</table>

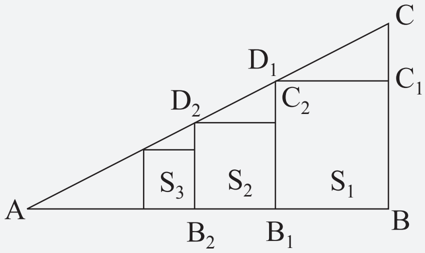
故用功唸書140小時，燒香拜拜150小時，花費時間最少為290小時。



</td>
</tr>
</table>

51	第1題	▲設$m\in R$，且方程式$x^4+(m+2)x^2+(m+3)=0$有兩個相異實根，兩個相異虛根，求m的範圍為何？ 【答：$m<-3$。】 解：令$y=x^2$ ∴$x^4+(m+2)x^2+(m+3)=0$有兩個相異實根，兩個相異虛根 $\Rightarrow y^2+(m+2)y+(m+3)=0$有一正根，一負根 ∴其兩根之積小於0（判別式$D>0$可以省略） $\Rightarrow m+3<0$ $\therefore m<-3$。
56.57	第2題	▲不等式$\log_x(2x^2-4x)>\log_x(-3x+6)$的解為何？【98警專甲、99警專乙】 【答：$0<x<1$或$x>2$。】 解：$\log_x(2x^2-4x)>\log_x(-3x+6)$ ①當$x>1$時，$2x^2-4x>-3x+6$ $\Rightarrow 2x^2-x-6>0$ $\Rightarrow x>2$或$x<-\dfrac{3}{2}$ $\therefore x>2$ ②當$0<x<1$時，$2x^2-4x<-3x+6$ $\Rightarrow -\dfrac{3}{2}<x<2$ $\therefore 0<x<1$ 由①②知，$0<x<1$或$x>2$。
57	第1題	▲已知$10^{0.8698}=7.41$，$10^{0.8704}=7.42$，利用內插法得$\log 7.4142$之值為多少？（寫到小數第四位，以下四捨五入）【99警專甲】 【答：0.8701。】 解：$\log 7.41=0.8698$，$\log 7.42=0.8704$，由內插法： $\begin{array}{c\|c} x & \log x \\ \hline 7.41 & 0.8698 \\ 7.4145 & y \\ 7.42 & 0.8704 \end{array}$ $\therefore \dfrac{7.42-7.41}{7.4145-7.41}=\dfrac{0.8704-0.8698}{y-0.8698}$ $\therefore y=0.87007\fallingdotseq 0.8701$。
59	第1題	▲$f(x)=\log_4(x-5)$，$x>5$之反函數為何？ 【答：$y=4^x+5$。】 解：$f(x)=\log_4(x-5)$，$x>5$，$y=\log_4(x-5)$ $\Rightarrow 4^y=x-5$ 反函數圖形對稱於直線$y=x$ ∴反函數為$4^x=y-5$ $\Rightarrow y=4^x+5$。

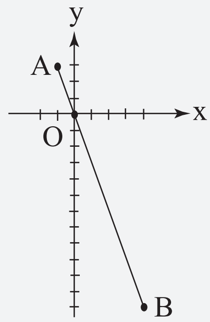
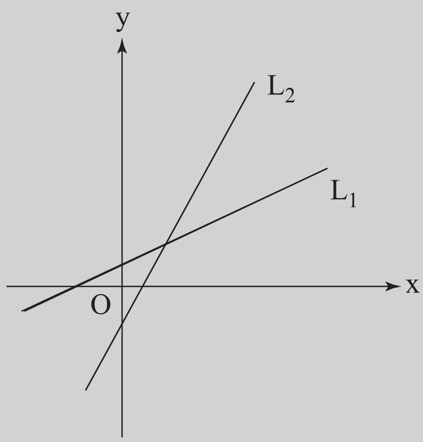
59	第2題	▲若$\sqrt[x]{64}=\sqrt[y]{2^{y+2}}$且$3^{4x+3y}=27^{xy}$，求數對（x，y）為何？【96警專甲、98警專乙】 【答：（3，2）。】 解：由$\sqrt[x]{64}=\sqrt[y]{2^{y+2}}$ $\Rightarrow 2^{\frac{6}{x}}=2^{\frac{y+2}{y}}$ $\Rightarrow \frac{6}{x}=\frac{y+2}{y}=1+\frac{2}{y}$……① 由$3^{4x+3y}=27^{xy}$ $\Rightarrow 3^{4x+3y}=3^{3xy}$ $\Rightarrow 4x+3y=3xy$ $\Rightarrow \frac{4}{y}+\frac{3}{x}=3$……② 由①$\frac{6}{x}-\frac{2}{y}=1\Rightarrow\frac{12}{x}-\frac{4}{y}=2$……③ ②＋③得$\frac{15}{x}=5$ $\Rightarrow x=3$代入②$\frac{4}{y}+\frac{3}{x}=3$ $\Rightarrow \frac{4}{y}=2$ $\Rightarrow y=2$ 故數對（x，y）＝（3，2）。
66	第1題	（C）▲兩個循環小數：$a=0.1\overline{7}$、$b=0.\overline{17}$，則下列何者不正確？ （A）a是有理數（B）b是有理數（C）$a>\frac{1}{5}$（D）$a>b$。【95警專甲、97警專甲】 【註：（A）$a=0.1\overline{7}=\frac{17-1}{90}=\frac{16}{90}=\frac{8}{45}$，故a為有理數。 （B）$b=0.\overline{17}=\frac{17}{99}$，故b亦為有理數。 （C）$a=0.1\overline{7}<0.2=\frac{1}{5}$。 （D）$a=0.1777\cdots\cdots>0.1717\cdots\cdots=b$。】
69	第1題	▲有兩個等差數列，其第n項的比為$3n-1:7n+11$，則其前9項和的比為多少？【97警專甲、98警專乙】 【答：$\frac{7}{23}$。】 解：設此二等差數列各為$\langle a_n\rangle$、$\langle b_n\rangle$，其公差各為d、d' 前n項和各為S_n、S_n'，則$\frac{a_n}{b_n}=\frac{a_1+(n-1)d}{b_1+(n-1)d'}=\frac{3n-1}{7n+11}$ $\therefore \frac{S_9}{S_9'}=\frac{\frac{9}{2}(2a_1+8d)}{\frac{9}{2}(2b_1+8d')}=\frac{a_1+4d}{b_1+4d'}=\frac{3(5)-1}{7(5)+11}=\frac{14}{46}=\frac{7}{23}$ （令$n-1=4$）。

73.74	第2題	▲如下圖，直角△ABC中，$\overline{BC}=1$、$\overline{AB}=2$，正方形$BC_1D_1B_1$面積為S_1，正方形$B_1C_2D_2B_2$面積為S_2，……，求$S_1+S_2+S_3+\cdots\cdots+S_n+\cdots\cdots$之和為多少？  【答：$\frac{4}{5}$。】 解：①$\because \overline{BC}=1$、$\overline{AB}=2$，令$\overline{BC_1}=x$ $\therefore \overline{D_1C_1}=x$、$\overline{CC_1}=1-x$ 由$\triangle CD_1C_1\sim\triangle CAB$ $\Rightarrow \frac{1-x}{x}=\frac{1}{2}$ $\therefore x=\frac{2}{3}$ ②$S_1=(\frac{2}{3})^2$ ③仿①，設$\overline{B_1C_2}=y$ $\therefore \frac{\frac{2}{3}-y}{y}=\frac{1}{2}$ $\therefore y=\frac{4}{9}$ $\therefore S_2=(\frac{4}{9})^2=(\frac{2}{3})^4$ ④$S_3=(\frac{2}{3})^6$，$S_4=(\frac{2}{3})^8$，…… ⑤$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots\cdots+S_n+\cdots\cdots=\frac{\frac{4}{9}}{1-\frac{4}{9}}=\frac{4}{5}$。

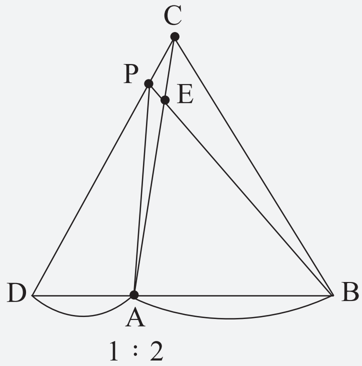
75.76	第2題	▲有一等比級數$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}+\cdots\cdots$，其前n項和為$S_n$，求滿足$\lvert S_n-\frac{3}{2}\rvert<\frac{3}{2500}$的最小正整數為多少？【95警專甲】 【答：7。】 解：①$S_n=\frac{a_1(1-r^n)}{1-r}=\frac{1(1-(\frac{1}{3})^n)}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n})$ ②由$\lvert\frac{3}{2}-S_n\rvert<\frac{3}{2500}$ $\therefore\frac{3}{2}(\frac{1}{3^n})<\frac{3}{2500}$ $\Rightarrow 2(3^n)>2500\Rightarrow 3^n>1250$ ③$\because 3^5=243$，$3^6=729$，$3^7=2187$ $\therefore$n的最小值為7。
81	第1題	▲某次測驗，班上同學最高分為60分，最低分為10分，經同學要求，希望調整分數，老師決定用一線型函數來調分，使60分變成100分，使10分變成60分，若甲生經調整後變為90分，則原來分數為多少？【99警專甲】 【答：47.5分。】 解：設原始分數為x分，調整後分數為y分，則$y=ax+b$ $\begin{cases}100=60a+b\\60=10a+b\end{cases}\Rightarrow a=\frac{4}{5}$，$b=52$，$y=\frac{4}{5}x+52$， 將$y=90$代入，得$90=\frac{4}{5}x+52\Rightarrow\frac{4}{5}x=38\Rightarrow x=47.5$（分）。
85.86	第2題	▲若對任意實數x，$-3<\frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}<2$恆成立，實數a的範圍為$A<a<B$，則$A+B$為多少？ 【答：1。】 解：對所有$x\in R$，$-3<\frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}<2$恆成立 $\because x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$ $\therefore -3(x^2-x+1)<x^2+ax-2<2(x^2-x+1)$恆成立 即$4x^2+(a-3)x+1>0$且$x^2-(a+2)x+4>0$恆成立 $\therefore (a-3)^2-16<0$且$(a+2)^2-16<0$ $\Rightarrow (a-7)(a+1)<0$且$(a-2)(a+6)<0$ $\Rightarrow -1<a<7$且$-6<a<2$ $\Rightarrow -1<a<2$ $\therefore A=-1$、$B=2\Rightarrow A+B=-1+2=1$。

87.88	第3題	▲已知二次函數$y=f(x)=ax^2+bx+c$之圖形上的三點是$(0,-2)$、$(1,5)$和$(6,0)$，則這個函數的極大值為何？ 【答：$f(\frac{25}{8})=\frac{529}{48}$。】 解：$\left.\begin{array}{l}(1,0)\Rightarrow c=-2\\(1,5)\Rightarrow 5=a+b\\(6,0)\Rightarrow 0=36a+6b\end{array}\right\}\begin{array}{l}\Rightarrow a=-1、b=6、c=-2\\\Rightarrow f(x)=-x^2+6x-2\end{array}$ $\Rightarrow f(x)=-(x-3)^2+7$ $\therefore f(x)$之極大值$=f(3)=7$。
91.92	第1題	▲設$z=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$，則$1+z^{92}+\sqrt{2}z^{2007}$為多少？【94軍校甲、95警專甲、97警專甲】 【答：$1-i$。】 解：$\because z^2=(\frac{1+i}{\sqrt{2}})^2=\frac{2i}{2}=i$ $\therefore z^{92}=(z^2)^{46}=-1$ $z^{2007}=z^{2006}\times z$ $=(z^2)^{1003}\times z$ $=(i)^{1003}\times z$ $=i^{1000}\times i^3\times z$ $=(i^4)^{250}\times(-i)z$ $=-iz$ 故$1+z^{92}+\sqrt{2}z^{2007}=1-1+\sqrt{2}(-i)\times\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ $=1-i$。

93.94	第1題	▲設ω為$x^3=1$的一虛根。若無窮級數$1+\frac{1}{2}\omega+\frac{1}{4}\omega^2+\cdots\cdots+\frac{1}{2^n}\omega^n+\cdots\cdots$之和為$\alpha+\beta\omega$，其中α、β為實數，則$\alpha+\beta$為多少？【93軍校乙、97警專乙】 【答：$\frac{8}{7}$。】 解：$x^3=1$的根為1、ω、$\omega^2$ 其中$\omega=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}$滿足$\omega^3=1$且$1+\omega+\omega^2=0$ $1+\frac{1}{2}\omega+\frac{1}{4}\omega2+\cdots\cdots+\frac{1}{2^n}\omega n+\cdots\cdots$為公比$\frac{1}{2}\omega$的無窮等比級數，其和為$\frac{1}{1-\frac{1}{2}\omega}=\frac{2}{2-\omega}$ $=\frac{2(4+2\omega+\omega^2)}{(2-\omega)(4+2\omega+\omega^2)}$ $=\frac{2(3+\omega)}{8-\omega^3}$ $=\frac{2}{7}[3+(-\frac{1}{2})+\frac{\sqrt{3}}{2}i]=\frac{5}{7}+\frac{\sqrt{3}}{7}i$ $\therefore\alpha=\frac{5}{7}$，$\beta=\frac{\sqrt{3}}{7}$ $\Rightarrow\alpha+\beta=\frac{5+\sqrt{3}}{7}$
101	第1題	（B）▲在空間坐標系中，下列哪項正確？（A）$3x-y=2$表一直線（B）$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$表一直線（C）$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$的圖形與$3x+2y+z=3$的圖形為平行關係（D）$\frac{x-1}{2}=\frac{y+0}{1}=\frac{z-2}{2}$的圖形與$\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{2}$的圖形為平行關係。【97警專甲】 【註：（A）表法向量$(3,-1,0)$的平面。 （B）表過點$(1,2,0)$，方向向量$(0,0,1)$的直線。 （C）直線L之方向向量與平面E之法向量平行，故$L\perp E$。 （D）兩直線之方向向量平行 且L_2：$\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{2}$上一點$(3,1,4)$ $\in L_1$：$\frac{x-1}{2}=\frac{y+0}{1}=\frac{z-2}{2}$，故重合。】

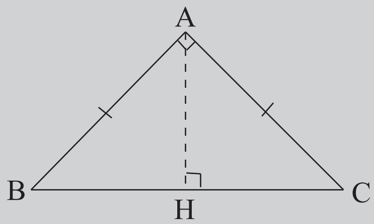
102.103	第1題	（A）▲設P(x, y)為坐標平面上一點，且滿足$\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y+12)^2}=5\sqrt{10}$，則P點的位置不可能位於何處？（A）第一象限（B）第二象限（C）第四象限（D）原點。【95警專甲、97警專乙】 【註：設A$(-1, 3)$、B$(4, -12)$ 則$\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y+12)^2}$ $=5\sqrt{10}$ 表$\overline{PA}+\overline{PB}=5\sqrt{10}=\overline{AB}$，所以$P\in\overline{AB}$，即P點位在第二或第四象限或原點  。】
103.104	第1題	（B）▲如下圖，兩直線L_1、L_2之方程式分別為L_1：$x+ay+b=0$、L_2：$x+cy+d=0$，試問下列哪一個選項正確？（A）$a>0$（B）$b>0$（C）$c>0$（D）$d>0$。【95警專甲、95警專乙】  【註：L_1：$x+ay+b=0\Rightarrow y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$，過$(-b, 0)$ L_2：$x+cy+d=0\Rightarrow y=-\frac{1}{c}x-\frac{d}{c}$，過$(-d, 0)$ 由圖形得知： （A）L_1的斜率大於零，則$-\frac{1}{a}>0\Rightarrow a<0$。 （B）$L_1$的x截距小於零，則$-b<0\Rightarrow b>0$。 （C）$L_2$的斜率大於零，則$-\frac{1}{c}>0\Rightarrow c<0$。 （D）$L_2$的x截距大於零，則$-d>0\Rightarrow d<0$。】

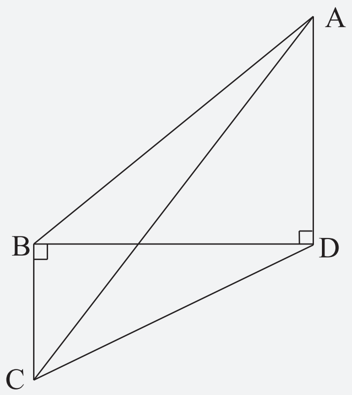
<table>
<tr><td>105</td><td>第1題</td><td>▲設A(3, 1)、B(1, 3)，$P\in\overleftrightarrow{AB}$，$P\notin\overline{AB}$，已知$\overline{AP}:\overline{BP}=3:2$，則點P之坐標為何？【94軍校甲、94警專乙、96警專乙】
【答：(−3, 7)。】
解：設P之坐標為(a, b)
(3, 1)　(1, 3)　　　(a, b)
A　　B　　　　P
$\overline{AP}:\overline{BP}=3:2\Rightarrow\frac{a-3}{a-1}=\frac{3}{2}$，$\frac{b-1}{b-3}=\frac{3}{2}$
$\therefore a=-3$，$b=7$。</td></tr>
<tr><td>120</td><td>第1題</td><td>▲$L_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-3}{-2}$、$L_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-13}{-2}$之距離為多少？
【答：6。】
解：L_1上一點P(2, 3, 3)，L_2的方向向量$\vec{V}=(1, 2, -2)$與一點A(3, −1, 13)
$\overrightarrow{AP}=(-1, 4, -10)$
$\lvert\overrightarrow{AP}\times\vec{V}\rvert=\lvert(12, -12, -6)\rvert=18$
$\lvert\vec{V}\rvert=3$
$\Rightarrow\frac{\lvert\overrightarrow{AP}\times\vec{V}\rvert}{\lvert\vec{V}\rvert}=6$。</td></tr>
</table>

126. 127	第1題	（D）▲設在平面上如圖，若$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$，且$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則下列何者不正確？（A）$\overrightarrow{AP}=(-2x)\overrightarrow{AD}+y\overrightarrow{AC}$（B）$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+\frac{5y}{3}\overrightarrow{AE}$（C）$x=\frac{-2}{13}$（D）$x+y<0$。  【註：由$\begin{cases}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}\\ \overline{AE}=\frac{3}{4}\overline{AC}\end{cases}$，得$\begin{cases}\overline{AD}:\overline{AB}=1:2\\ \overline{AE}:\overline{AC}=3:2\end{cases}$ （A）$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x(-2\overrightarrow{AD})+y\overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow\overrightarrow{AP}=(-2x)\overrightarrow{AD}+y\overrightarrow{AC}$……①。 （B）$\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}=x\overrightarrow{AB}+y(\frac{5}{3}\overrightarrow{AE})$ $\Rightarrow\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+\frac{5y}{3}\overrightarrow{AE}$……②。 （C）$\begin{cases}\text{D、P、C三點共線，由①可知}-2x+y=1\\ \text{P、E、B三點共線，由②可知}x+\frac{5}{3}y=1\end{cases}$ ，得$x=\frac{-2}{13}$，$y=\frac{9}{13}$。 （D）$x+y=\frac{-2}{13}+\frac{9}{13}=\frac{7}{13}>0$。】
131. 132	第2題	▲設$3x+4y=1$，x、y∈R，求$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$之最小值為多少？【99警專甲】 【答：3。】 解：所求為點$(1, 2)$到直線$3x+4y=1$的距離 即$\frac{\lvert 6+10-1\rvert}{5}=3$。

132	第1題	▲設A(2, 3)、B(1, 1)，動點P(x, y)在線段$\overline{AB}$上，求x^2+y^2之最大值為多少？ 【答：13。】 解：$\overline{AB}$：$\begin{cases}x=2-t\\y=3-2t\end{cases}$，$0\leqq t\leqq 1$ $P\in\overline{AB}$，設$P(2-t, 3-2t)$ $(0\leqq t\leqq 1)$ $x^2+y^2=(2-t)^2+(3-2t)^2=5(t-\frac{8}{5})^2+\frac{1}{5}$，其中$0\leqq t\leqq 1$ 當$t=0$時，x^2+y^2有最大值為13。
134	第2題	▲設直線L、M的方程式分別為L：$\begin{cases}x=3+2t\\y=2-t\end{cases}$，$t\in R$，M：$\begin{cases}x=-2+t\\y=6-t\end{cases}$，$t\in R$，求L與M的交點坐標為何？【96警專乙、99警專甲】 【答：(−1, 3)。】 解：令M：$\begin{cases}x=-2+s\\y=6-s\end{cases}$，$s\in R$ $\begin{cases}3+2t=-2+s\\2-t=6-s\end{cases}$，解得$t=-1$、$s=3$ $\therefore x=1$、$y=3$ $\therefore$交點為(1, 3)。

135.136	第1題	▲已知平面坐標系上三點A(3, －2)、B(－1, 1)、C(5, 4)，求：【95警專甲、98警專乙】 (1)$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$。 (2)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$。 (3)若$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$，則D點坐標。 (4)△ABC面積。 (5)$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{AB}$的正射影之長。 (6)$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{AB}$的正射影。 【答：(1)5；(2)10；(3)(－7, －2)；(4)15；(5)2；(6)$(\frac{-8}{5},\frac{6}{5})$。】 解：A(3, －2)、B(－1, 1)、C(5, 4) $\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4,3)$、$\overrightarrow{AC}=(2,6)$ (1)$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$。 (2)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-4,3)\cdot(2,6)=-8+18=10$。 (3)$\overrightarrow{AD}=2(-4,3)-(2,6)=(-10,0)$ 令D(x, y)$\Rightarrow(x-3,y+2)=(-10,0)$ $\Rightarrow(x,y)=(-7,-2)$。 (4)△ABC面積$=\frac{1}{2}\sqrt{\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2\lvert\overrightarrow{AC}\rvert^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$ $=\frac{1}{2}\sqrt{(25)(4+36)-10^2}$ $=15$。 (5)正射影長$=\frac{\lvert\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}\rvert}{\lvert\overrightarrow{AB}\rvert}=\frac{10}{5}=2$。 (6)正射影$=(\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}}{\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2})\cdot\overrightarrow{AB}$ $=\frac{10}{25}(-4,3)$ $=(\frac{-8}{5},\frac{6}{5})$。
139	第2題	(A)▲已知P(－2, 3, －5)是空間上的定點,下列敘述何者為真？(A)P相關於原點的對稱點是(2, －3, 5)(B)P相關於xy平面的對稱點是(2, 3, －5)(C)P相關於z軸的對稱點是(－2, －3, 5)(D)以上皆是。【97警專甲】 【註：(A)設對稱點為P'(x, y, z) 則$(\frac{-2+x}{2},\frac{3+y}{2},\frac{-5+z}{2})$ $=(0,0,0)$，得P'(2, －3, 5)。 (B)P(－2, 3, －5)在xy平面之投影點為(－2, 3, 0)，對稱點為(－2, 3, 5)。 (C)P(－2, 3, －5)在z軸之投影點為(0, 0, －5)，對稱點為(2, －3, －5)。】

142	第1題	▲設 $\vec{a}=(1, 0, -2)$、$\vec{b}=(x, y, z)$，若 $x^2+y^2+z^2=20$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為多少？。【93軍校甲】 【答：10。】 解：$\because \vec{a}=(1, 0, -2)$，$\vec{b}=(x, y, z)$ $\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=x-2z$ 由柯西不等式 $[1^2+0^2+(-2)^2](x^2+y^2+z^2)\geq(x+0-2z)^2$ $\Rightarrow 5\times 20\geq(x-2z)^2$ $\Rightarrow -10\leq x-2z\leq 10$ $\Rightarrow -10\leq\vec{a}\cdot\vec{b}\leq 10$ 故 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值為10。
142. 143	第2題	▲設點 $A(5, 4, 7)$、$B(2, 6, 1)$、$C(-1, 1, 9)$，求： (1)△ABC的周長。 (2)點A到 $\overleftrightarrow{BC}$ 的距離。  【答：(1) $14+7\sqrt{2}$；(2) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$。】 解：$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=\sqrt{98}=7\sqrt{2}$，$\overline{CA}=7$ $\therefore$ △ABC為等腰直角△，其周長 $=7+7+7\sqrt{2}=14+7\sqrt{2}$ 而A到 $\overleftrightarrow{BC}$ 距離 $=\overline{AH}=\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$

145	第1題	▲如圖，四面體ABCD，已知 $\overline{BC}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp$平面BCD，且 $\overline{BC}=7$，$\overline{AB}=24$，$\overline{AD}=15$，則： (1)AC的長度為多少？ (2)若平面ABD和平面ACD所夾二面角的度量為θ，則sinθ的值為多少？  【答：(1)25；(2)$\frac{7}{20}$。】 解：(1) $\overline{AD}\perp$平面BCD⇒ $\overline{AD}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp\overline{CD}$ 已知 $\overline{AB}=24$，$\overline{AD}=15$ $\therefore \overline{BD}^2=24^2-15^2=351$ 又 $\overline{BC}\perp\overline{BD}\Rightarrow\overline{CD}^2=\overline{BD}^2+\overline{BC}^2=351+49=400$ $\therefore \overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=15^2+400=25^2$ $\Rightarrow \overline{AC}=25$。 (2)因 $\overline{AD}\perp\overline{BD}$，$\overline{AD}\perp\overline{CD}$ ⇒∠BDC為二面角B-AD-C的平面角，即∠BDC＝θ $\therefore \sin\theta=\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}}=\frac{7}{20}$。

148	第1題	▲空間中有三點P(6, −4, 5)、Q(2, 1, 2)、R(3, −1, 4)，求： (1)△PQR之面積。 (2)P點到直線$\overleftrightarrow{QR}$的最短距離。 【答：(1)$\frac{5\sqrt{2}}{2}$；(2)$\frac{5\sqrt{2}}{3}$。】 解：$\overrightarrow{QP}=(4,-5,3)$，$\overrightarrow{QR}=(1,-2,2)$ (1)$\lvert\overrightarrow{QP}\rvert=\sqrt{16+25+9}=5\sqrt{2}$，$\lvert\overrightarrow{QR}\rvert=\sqrt{1+4+4}=3$， $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QR}=4+10+6=20$ $\therefore$△QPR之面積$=\frac{1}{2}\sqrt{(5\sqrt{2})^2\times3^2-20^2}=\frac{1}{2}\sqrt{50}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$。 (2)設P到$\overleftrightarrow{QR}$之最短距離$=d$ 則△QPR之面積$=\frac{1}{2}\times d\times\lvert\overrightarrow{QR}\rvert$ $\Rightarrow\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}\times3\times d$ $\Rightarrow d=\frac{5\sqrt{2}}{3}$。

153	第1題	（D）▲設$135^\circ<\theta<180^\circ$，$\tan\theta+\cot\theta=\frac{-25}{12}$，則下列敘述何者不正確？（A）$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$（B）$\sin\theta-\cos\theta=\frac{7}{5}$（C）$\sin^2\theta-\cos^2\theta=\frac{7}{25}$（D）$\tan\theta=\frac{4}{3}$。 【註：$\because 135^\circ<\theta<180^\circ$ $\therefore \|\sin\theta\|<\|\cos\theta\|$，又$\sin\theta>0$，$\cos\theta<0$ $\because \tan\theta+\cot\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=-\frac{25}{12}$ （A）$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta$ $=1-\frac{24}{25}$ $=\frac{1}{25}$ $\therefore \sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{5}$。 （B）$(\sin\theta-\cos\theta)^2=(\sin\theta+\cos\theta)^2-4\sin\theta\cos\theta$ $=\frac{49}{25}$ 但$\sin\theta-\cos\theta>0$ $\therefore \sin\theta-\cos\theta=\frac{7}{5}$。 （C）$\sin^2\theta-\cos^2\theta=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin\theta+\cos\theta)$ $=\frac{7}{25}$。 （D）由（A）（B）$\therefore \sin\theta=\frac{4}{5}$，$\cos\theta=\frac{-3}{5}$ $\Rightarrow \tan\theta=\frac{-4}{3}$。】

155	第1題	（C）▲若以下各角皆為廣義角，試判斷下列敘述何者不正確？（A）若$\theta=\varphi+360^\circ$，則θ、φ是同界角（B）$\cos\theta\times\tan\theta=\sin\theta$（C）若$\sin\theta>0$且$\tan\theta<0$，則$\theta$在第一象限（D）若有兩角度$\alpha$、$\beta$（$\alpha>\beta$）滿足$\sec\alpha=\sec\beta$，$\tan\alpha=\tan\beta$，則$\alpha$、$\beta$必定是同界角。 【註：（A）$\theta-\varphi=(\varphi+360^\circ)-\varphi=360^\circ$ $\therefore\theta$，φ是同界角。 （B）$\cos\theta\times\tan\theta=\cos\theta\times\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\sin\theta$。 （C）$\begin{cases}\sin\theta>0，\theta\in 1、2象限\\ \tan\theta<0，\theta\in 2、4象限\end{cases}$ $\therefore\theta$在第2象限。 （D）設$k\in z$ $\Rightarrow\begin{cases}\sec\alpha=\sec\beta\\ 則\alpha-\beta=2k\pi或2k\pi-2\pi\cdots\cdots①\\ \tan\alpha=\tan\beta\\ 則\alpha-\beta=2k\pi或(2k-1)\pi\cdots\cdots②\end{cases}$ ①∩② $\Rightarrow\alpha-\beta=2k\pi$ $\therefore\alpha$、β必定是同界角。】
165.166	第1題	▲設$\triangle ABC$中，$\overline{BC}=a$、$\overline{CA}=b$、$\overline{AB}=c$，已知$a-2b+c=0$，$5a+4b-5c=0$，求： (1)$\csc A：\csc B：\csc C$。 (2)$\cos C$。 (3)若周長為30，求$\triangle ABC$的面積為多少？ 【答：(1)35：21：15；(2)$-\dfrac{1}{2}$；(3)$15\sqrt{3}$。】 解：(1)$\begin{cases}a-2b+c=0\\ 5a+4b-5c=0\end{cases}$ 消去$c\Rightarrow 10a-6b=0$ $\Rightarrow a：b=3：5$ 消去$b\Rightarrow 7a-3c=0$ $\Rightarrow a：c=3：7$ $\Rightarrow a：b：c=3：5：7=\sin A：\sin B：\sin C$ $\therefore\csc A：\csc B：\csc C=\dfrac{1}{\sin A}：\dfrac{1}{\sin B}：\dfrac{1}{\sin C}$ $=\dfrac{1}{3}：\dfrac{1}{5}：\dfrac{1}{7}$ $=35：21：15$。 (2)$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{9+25-49}{2\times3\times5}=\dfrac{-15}{30}=-\dfrac{1}{2}$。 (3)若$a+b+c=30$，則$a=6$，$b=10$，$c=14$ $\Rightarrow s=15$ $\Rightarrow\triangle=\sqrt{15\times9\times5\times1}=15\sqrt{3}$。

170	第1題	▲$\sin 1950^\circ \cos(-1500^\circ)-\cos 585^\circ \times \sin 675^\circ+\tan 660^\circ \times \sec 540^\circ$ 為多少？【98警專甲、98警專乙】 【答：$\sqrt{3}-\frac{1}{4}$。】 解：$\sin 1950^\circ \times \cos(-1500^\circ)-\cos 585^\circ \times \sin 675^\circ+\tan 660^\circ \times \sec 540^\circ$ $=\sin(5\times 360^\circ+150^\circ)\times\cos(1500^\circ)-\cos(540^\circ+45^\circ)\times\sin(630^\circ+45^\circ)+\tan(630^\circ+30^\circ)\times(-\sec 0^\circ)$ $=\sin 150^\circ \times \cos(4\times 360^\circ+60^\circ)-(-\cos 45^\circ)\times(-\cos 45^\circ)+(-\cot 30^\circ)\times(-1)$ $=\sin 30^\circ \times \cos 60^\circ-\cos^2 45^\circ+\cot 30^\circ$ $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-(\frac{1}{\sqrt{2}})^2+\sqrt{3}$ $=\sqrt{3}-\frac{1}{4}$。

190.191	第1題	（B）▲甲、乙、丙三個牛仔同時打靶，其命中目標之機率分別為$\frac{2}{5}$、$\frac{3}{4}$、$\frac{1}{3}$，今三人各自獨立打靶，則下列敘述何者不正確？（A）三人都打不中之機率為$\frac{1}{10}$（B）三人皆打中之機率為$\frac{1}{10}$（C）只被一人打中的機率為$\frac{5}{12}$（D）已知只有一人打中目標，求由甲打中的機率為$\frac{4}{25}$。【98警專甲、98警專乙、99警專乙】 【註：設A、B、C分別表甲、乙、丙三人打中目標的事件，則$P(A)=\frac{2}{5}$，$P(B)=\frac{3}{4}$，$P(C)=\frac{1}{3}$，且A、B、C為獨立事件 （A）三人都打不中之機率為： $P(A'\cap B'\cap C')=P(A')P(B')P(C')$ $=(1-\frac{2}{5})(1-\frac{3}{4})(1-\frac{1}{3})$ $=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{10}$。 （B）三人皆打中之機率為： $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$。 （C）只有一人打中的機率為： $P(A\cap B'\cap C')+P(A'\cap B\cap C')$ $+P(A'\cap B'\cap C)$ $=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$ $=\frac{4+18+3}{60}$ $=\frac{25}{60}=\frac{5}{12}$。 （D）已知只有一人打中之條件下，恰係甲打中的機率為： P（甲打中｜只一人打中） $=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}}{\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}}$ $=\frac{\frac{4}{60}}{\frac{25}{60}}=\frac{4}{25}$。】

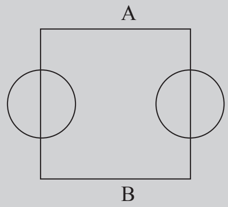
191	第1題	▲一不公正骰子，每面出現之機率與其點數成正比，擲此骰子2次，求點數和為11之機率為多少？【97警專甲、97警專乙、98警專甲、99警專乙】 【答：$\frac{20}{147}$。】 解：$P(1):P(2):P(3):P(4):P(5):P(6)$ $=k:2k:3k:4k:5k:6k$ $\Rightarrow k+2k+3k+4k+5k+6k=21k=1$ $\Rightarrow k=\frac{1}{21}$ 點數和為11的情形有$(5,6)$、$(6,5)$ 故所求$=\frac{5}{21}\times\frac{6}{21}+\frac{5}{21}\times\frac{6}{21}=\frac{60}{441}=\frac{20}{147}=\frac{20}{147}$。
193.194	第1題	▲設A、B為二事件，$P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，$P(A\cup B)=\frac{5}{12}$，試求：【97警專乙、98警專甲、98警專乙】 (1)$P(B\|A)$。 (2)$P(A\|B)$。 (3)$P(A'\|B')$。 【答：(1)$\frac{1}{2}$；(2)$\frac{2}{3}$；(3)$\frac{7}{9}$。】 解：(1)$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$ $=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ $P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$。 (2)$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$。 (3)$P(A'\mid B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)}=\frac{\frac{7}{12}}{\frac{3}{4}}=\frac{7}{9}$。

194	第1題	▲設A袋有4個白球、3個紅球；B袋有2個白球、4個紅球，今從A袋任取2球放入B袋，再從B袋任取2球放回A袋，求A袋是4個白球、3個紅球的機率為多少？【97警專乙、98警專甲、99警專乙】 【答：$\frac{87}{196}$。】 解：分三種情形討論： ①$A \xrightarrow{2白} B \xrightarrow{2白} A$：$\frac{C_2^4}{C_2^7} \times \frac{C_2^4}{C_2^8} = \frac{3}{49}$ ②$A \xrightarrow{1白1紅} B \xrightarrow{1白1紅} A$：$\frac{C_1^4 C_1^3}{C_2^7} \times \frac{C_1^3 C_1^5}{C_2^8} = \frac{15}{49}$ ③$A \xrightarrow{2紅} B \xrightarrow{2紅} A$：$\frac{C_2^3}{C_2^7} \times \frac{C_2^6}{C_2^8} = \frac{15}{196}$ 故A袋仍有4白3紅的機率為：$\frac{3}{49} + \frac{15}{49} + \frac{15}{196} = \frac{87}{196}$。
194	第2題	▲某牧場中，豬占40%、羊占30%、牛占30%，又知豬隻中有50%是公豬、羊隻中有60%是公羊、牛隻中有70%是公牛。從該牧場中任意抽選一牲口，則：【94軍校甲】 (1)此牲口是公的的機率為多少？ (2)已知所選的牲口是公的，求此牲口為羊隻的機率為多少？ 【答：(1)$\frac{59}{100}$；(2)$\frac{18}{59}$。】 解：設A_1、A_2、A_3依次表所選牲口為豬、羊、牛的事件，R表所選該牲口為公的事件，則： (1)$P(R) = P(A_1) \times P(R\mid A_1) + P(A_2) \times P(R\mid A_2) + P(A_3) \times P(R\mid A_3)$ $= \frac{40}{100} \times \frac{50}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{59}{100}$ (2)$P(A_2\mid R) = \frac{P(A_2 \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A_2)P(R\mid A_2)}{P(R)}$ $= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{60}{100}}{\frac{59}{100}} = \frac{18}{59}$。

197.198	第2題	▲從一副52張撲克牌中任取5張，每張被取中機率均等。若p、q、r、s分別表示取中同花、兩對、三條及富而好施（Full house）的機率，試比較p、q、r、s的大小關係為何？ 【答：$q>r>p>s$。】 解：一副牌有四種花色，每種花色各13張，依機會均等原則，所求各事件機率分別為： $p=\frac{C_1^4\times C_5^{13}}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times10\times9\times4}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times396=\frac{33}{16660}=\frac{8.25}{4165}$ $q=\frac{C_2^{13}\times C_2^4\times C_2^4\times C_1^{11}\times C_1^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times3\times6\times4\times120}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times9504=\frac{198}{4165}$ $r=\frac{C_1^{13}\times C_3^4\times C_2^{12}\times C_1^4\times C_1^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times11\times2\times4\times4\times120}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times4224=\frac{88}{4165}$ $s=\frac{C_1^{13}\times C_2^4\times C_1^{12}\times C_3^4}{C_5^{52}}=\frac{13\times12\times6\times4\times120}{52\times51\times50\times49\times48}=\frac{13\times12\times10}{52\times51\times50\times49\times48}\times288=\frac{6}{4165}$ 故$q>r>p>s$。
199	第1題	▲有6雙顏色分別不同的手套（共12隻），假設每隻手套被選出的機會均等，今從其中任意挑選出4隻，試求此4隻恰為匹配的2雙的機率為多少？【97警專乙、98警專甲、99警專乙】 【答：$\frac{1}{33}$。】 解：全部挑法有C_4^{12}種，挑出恰為匹配的2雙有C_2^6種 ∴機率為：$\frac{C_2^6}{C_4^{12}}=\frac{1}{33}$。

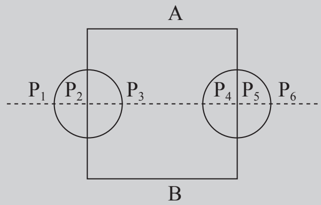
<table>
<tr>
<td>199.200</td>
<td>第2題</td>
<td>

▲如下圖所示路線，甲自A往B，乙自B往A，二人分別從A、B兩地，同時出發等速相向而前進。設二人在每一路口分叉點選擇各個前進方向的機會相等。試求二人在途中不相遇的機率為多少？



【答：$\frac{5}{6}$。】

解：甲、乙二人同時等速分別由A、B出發，其相遇的位置為P_1、P_2、……、P_6等6個點，因每一路口選擇路線的機率均等



甲由A走到P_1、P_2、P_3、P_4、P_5、P_6等6點的機率均為：

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

乙走到上述6點的機率亦為：$\frac{1}{6}$

故甲、乙相遇於P_1、P_2、P_3、P_4、P_5、P_6的機率為：

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times 6=\frac{1}{6}$

故兩人途中不相遇的機率為：$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$。

</td>
</tr>
</table>

200.201	第2題	▲自1到180的自然數中，不是2、3、5中任一個之倍數總共有幾個？ 【答：48。】 解：設1到180之自然數中，可被2、3、5整除者之集合分別為A、B、C，則： $n(A)=[\frac{180}{2}]=90$，$n(B)=[\frac{180}{3}]=60$ $n(C)=[\frac{180}{5}]=36$，$n(A\cap B)=[\frac{180}{6}]=30$ $n(A\cap C)=[\frac{180}{10}]=18$，$n(B\cap C)=[\frac{180}{15}]=12$ $n(A\cap B\cap C)=[\frac{180}{30}]=6$ $\therefore n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)$ $-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$ $=90+60+36-30-18-12+6$ $=132$ 故$n(A'\cap B'\cap C')=180-n(A\cup B\cup C)=180-132=48$。
201	第1題	▲袋中有2個4號球、3個3號球、4個2號球，今由袋中每次取出1球，取後不放回，每個球被取的機會相同，則：【97警專乙、98警專甲、99警專乙】 ⑴前三次取的球都不同號碼的機率為多少？ ⑵前三次取的球的號碼和為偶數的機率為多少？ 【答：⑴$\frac{2}{7}$；⑵$\frac{19}{42}$。】 解：⑴方法一：$\frac{C^2_1\times C^3_1\times C^4_1}{C^9_3}=\frac{2}{7}$ 方法二：$\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{4}{7}\times 3!=\frac{2}{7}$。 ⑵三球號碼和為偶數可分二種情況： 三球均為偶數$\Rightarrow 6\times 5\times 4$種 二球奇數，另一球偶數$\Rightarrow 3\times 2\times 6\times\frac{3!}{2!}$種 $\therefore$所求機率為：$\frac{6\times 5\times 4+3\times 6\times 3\times 2}{9\times 8\times 7}=\frac{19}{42}$。

205.206	第2題	（D）▲就數值1、2、2、3、3、3、4、4、4、4、5、……、100、100、100、……、100（共100個100），下列何者正確？（A）算術平均數＝50.5（B）幾何平均數＝$10^{\frac{1}{100}\log 1+\log 2+\log 3+\cdots\cdots+\log 100}$（C）中位數≦55（D）中位數≧70。 【註：（A）算術平均數＝1＋2＋3＋……＋100＝5050 $\therefore$算術平均數＝$\dfrac{\sum_{k=1}^{100} k\times k}{5050}=\dfrac{\frac{100\times 101\times 201}{6}}{5050}$ $=\dfrac{338350}{5050}=67$。 （B）$G=\sqrt[5050]{1\times 2\times 2\times 3\times 3\times 3\times\cdots\cdots 100\times\cdots\cdots 100}$ $\Rightarrow \log G=\dfrac{1}{5050}(\log 1+2\log 2+3\log 3+\cdots\cdots$ $+100\log 100)$ 故$G=10^{\frac{1}{5050}(\log 1+2\log 2+3\log 3+\cdots\cdots+100\log 100)}$。 （C）、（D）$1+2+3+\cdots\cdots+70$ $=2485<\dfrac{5050}{2}<1+2+3+\cdots\cdots+71$ $=2556$ $\therefore$中位數為$\dfrac{70+71}{2}=70.5$。】

209	第1題	▲有10位同學數學成績平均為60分，標準差4分。已知10人中8人的成績為54、56、57、58、60、61、64、65分，則另外兩人的成績各為多少？【96警專乙、99警專乙】 【答：兩人的成績各為59分及66分。】 解：設另外兩人成績為a、b，令$y=x-60$，則： x：54、56、57、58、60、61、64、65、a、b y：-6、-4、-3、-2、0、1、4、5、p、q （$p=a-60$、$q=b-60$） $\therefore \overline{y}=\overline{x}-60=0$ $\Rightarrow \frac{1}{10}(-6-4-3-2+0+1+4+5+p+q)=0$ $\Rightarrow p+q=5$……① $\because S_x=S_y=4$ $\therefore \frac{1}{9}[(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2+5^2+p^2+q^2]=16$ $\Rightarrow p^2+q^2=37$……② 解①②得$\begin{cases}p=-1\\q=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}p=1\\q=-6\end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases}a=59\\b=66\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=66\\b=59\end{cases}$ 故另兩人的成績各為59分及66分。
210	第1題	▲有5個數值資料x_1、x_2、x_3、x_4、x_5，其平方和為242，兩兩之積和為329，求： ⑴算術平均數。 ⑵變異數。 【答：⑴6；⑵12.4。】 解：$\begin{cases}x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=242\\x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_1x_5+x_2x_3+x_2x_4+x_2x_5+\cdots\cdots+x_4x_5=329\end{cases}$ $\because$ 以$\sum_{i=1}^{5}x_i^2=242$，$\sum_{1\leq i<j=2}^{5}x_ix_j=329$表之 則$(\sum_{i=1}^{5}x_i)^2=\sum_{i=1}^{5}x_i^2+2\sum_{1\leq i<j=2}^{5}x_ix_j=242+2\times 329=900$ $\sum_{i=1}^{5}x_i=30$，$\therefore \overline{x}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_i=6$ $S^2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_i^2-(\overline{x})^2$ $=\frac{242}{5}-36=12.4$。

<table>
<tr><td>211</td><td>第1題</td><td>▲將40個數值資料平分成A、B兩組，已知A組的算術平均數為6，變異數為4；B組的算術平均數為8，變異數為2，求：【93軍校乙、95警專乙、98警專乙】
(1)算術平均數。
(2)變異數。
【答：(1)7；(2)11。】
解：(1)$\overline{x}=\dfrac{6\times20+8\times20}{40}=7$。
(2)$S^2=\dfrac{1}{n}(\sum x_i^2-n\overline{x}^2)$
$\Rightarrow\sum x_i^2=nS^2+n\overline{x}^2$
$\therefore\begin{cases}\sum x_i^2=20\times(4^2+6^2)=1040\\ \sum y_i^2=20\times(2^2+8^2)=1360\end{cases}$
$\Rightarrow S^2=\dfrac{1}{40}[(1040+1360)-7^2\times40]$
$=11$。</td></tr>
<tr><td>211.212</td><td>第2題</td><td>▲設變量x表一群數值x_1、x_2、x_3、……、x_n，令x中各變量2倍後加5所成新的變量為y，即y表$2x_1+5$、$2x_2+5$、$2x_3+5$、……、$2x_n+5$，則：
(1)若y的算術平均數為35，則x的算術平均數為多少？
(2)若x的標準差為8，則y的標準差為多少？
(3)若y的中位數為33，則x的中位數為多少？
(4)若x的四分位差為10，則y的四分位差為多少？
【答：(1)15；(2)16；(3)14；(4)20。】
解：(1)$y=2x+5\Rightarrow\overline{y}=2\overline{x}+5$
$\because\overline{y}=35$
$\therefore\overline{x}=\dfrac{1}{2}(\overline{y}-5)=15$。
(2)$y=2x+5\Rightarrow S_y=2S_x$
$\because S_x=8$
$\therefore S_y=2\times8=16$。
(3)∵y的中位數為33
$\therefore 33=2Me+5$
$\Rightarrow Me=14$
⇒x的中位數為14。
(4)將資料平移不會影響四分位差，但資料數值伸縮時，四分位差隨之伸縮
∴y的四分位差＝2×(x的四分位差)＝2×10＝20。</td></tr>
</table>

212.213	第1題	▲某次學力測驗之後，抽出15個學生，得知他們的成績分別如下：73、70、77、85、43、25、55、75、71、50、80、81、60、20、86分，求： (1)中位數。 (2)四分位差。 (3)算術平均數。 (4)全距。 【答：(1)71；(2)32；(3)63.4；(4)66。】 解：15個成績x_i：20、25、43、50、55、60、70、71、73、75、77、80、81、85、86 (1)中位數Me＝71。 (2)第一四分位數Q_1＝50 第三四分位數Q_3＝80 四分位差Q.D.＝Q_3-Q_1＝30。 (3)算術平均數$\overline{x}=\frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15}x_i=\frac{1}{15}(951)=63.4$。 (4)全距＝86－20＝66。

213.214

第1題

【答：(1)64.2；(2)70；(3)22.375；(4)15.47。】

解：將以下累積次數分布圖轉換成次數分布表如下：

平移值$A=65$，組距$h=10$

	體重	以下累積次數 C_i	次數 f_i	組中點 x_i	x_i-A	$d_i=\frac{x_i-A}{h}$	f_id_i	d_i^2	$f_id_i^2$
	30～40	4	4	35	−30	−3	−12	9	36
	40～50	10	6	45	−20	−2	−12	4	24
$Q_1\rightarrow$	50～60	18	8	55	−10	−1	−8	1	8
$Me\rightarrow$	60～70	32	14	65	0	0	0	0	0
$Q_3\rightarrow$	70～80	42	10	75	10	1	10	1	10
	80～90	48	6	85	20	2	12	4	24
	90～100	50	2	95	30	3	6	9	18
	總計		50				−4		120

(1) $\overline{x}=A+\frac{h}{n}\sum_{i=1}^{20}f_id_i=65+\frac{10}{50}\times(-4)=64.2$。

(2) $100-30=70$。

(3) $\because Q_1$位在50～60這一組內

$$\therefore Q_1=50+\frac{\frac{50}{4}-10}{8}\times10$$

$$=50+\frac{2.5}{8}\times10$$

$$=50+3.125$$

$$=53.125$$

又Q_3位在70～80這一組內

$$Q_3=70+\frac{37.5-32}{10}\times10$$

$$=75.5$$

故四分位差$Q.D.=Q_3-Q_1=75.5-53.125=22.375$。

(4) 標準差$S=h\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_id_i^2-\frac{1}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{k}f_id_i\right)^2}$

$$=10\sqrt{\frac{1}{50}\times120-\frac{1}{50^2}\left(\sum_{i=1}^{k}f_id_i\right)^2}$$

$$=10\sqrt{2.4-0.0064}$$

$$=10\sqrt{2.3936}$$

$$\fallingdotseq10\times1.547$$

$$=15.47$$。

215.216	第2題	▲某公司去年的銷售金額比前年成長30%，而今年的銷售金額比去年衰退30%，求這兩年的平均成長率為多少？ 【答：衰退4.61%。】 解：設前年的銷售金額為a，並設這兩年都有相同的成長率r（平均成長率），則去年的銷售金額為$a(1+r)$，而今年的銷售金額是$a(1+r)(1+r)$，則它與兩年成長率分別為30%與-30%時，今年的銷售金額相等，即$a(1+r)^2=a(1+30\%)(1-30\%)$ $\Rightarrow(1+r)^2=(1+30\%)(1-30\%)\Rightarrow 1+r=\sqrt{(1.3)(0.7)}$ $\therefore r=\sqrt{0.91}-1=0.9539-1\fallingdotseq-0.0461$ 故每年減少銷售金額4.61%，即兩年平均成長率為衰退4.61%。

216.217

第1題

▲以某班為母群體的數學成績人次分布表為：【99警專乙】

分數	93	91	90	88	87	85	82	81	80	79
人數	4	3	4	7	5	8	6	5	4	4

試求：

⑴算術平均數。（取小數點下二位，用四捨五入法）

⑵中位數。（正確值）

⑶四分位差。（正確值）

⑷標準差。（取整數，用四捨五入法）

【答：⑴85.38；⑵85；⑶7；⑷4。】

解：

x_i	$d_i=x_i-85$	次數f_i	以下累積	f_id_i	d_i^2	$f_id_i^2$
93	8	4	50	32	64	256
91	6	3	46	18	36	108
90	5	4	43	20	25	100
88	3	7	39	21	9	63
87	2	5	32	10	4	20
85	0	8	27	0	0	0
82	－3	6	19	－18	9	54
81	－4	5	13	－20	16	80
80	－5	4	8	－20	25	100
79	－6	4	4	－24	36	144
合計		50		19		925

⑴算術平均數$M_x=85+M_d=85+\frac{1}{n}\sum f_id_i$

$$=85+\frac{1}{50}\times 19=85.38$$。

⑵中位數$Me=\frac{1}{2}(x_{25}+x_{26})=\frac{1}{2}(85+85)=85$。

⑶$Q_1=x_{13}=81$、$Q_3=x_{38}=88$

$\Rightarrow Q.D.=Q_3-Q_1=88-81=7$。

⑷標準差$S_x=S_y=\sqrt{\frac{1}{n}[\sum f_id_i^2-\frac{1}{n}(\sum f_id_i)^2]}$

$$=\sqrt{\frac{1}{50}(925-\frac{1}{50}\times 19^2)}$$

$$\fallingdotseq\sqrt{18.36}\fallingdotseq 4$$。

217.218	第1題	▲自高二學生中任意選出50位同學，統計其數學考試成績如下表，求：【96警專乙】

分數	30～40	40～50	50～60	60～70	70～80	80～90	90～100	總計
次數f	3	2	5	12	16	8	4	50

(1)算術平均數。

(2)標準差。

【答：(1)70.2；(2)15.02。】

解：

成績	x_i	f_i	以下累積次數	$d_i=\frac{x_i-75}{10}$	d_if_i	d_i^2	$d_i^2f_i$
30～40	35	3	3	-4	-12	16	48
40～50	45	2	5	-3	-6	9	18
50～60	55	5	10	-2	-10	4	20
60～70	65	12	22	-1	-12	1	12
70～80	75	16	38	0	0	0	0
80～90	85	8	46	1	8	1	8
90～100	95	4	50	2	8	4	16
合計		50			-24		122

(1)$\overline{x}=75+10\times(\frac{-24}{50})=70.2$。

(2)$S=10\sqrt{\frac{1}{49}[122-\frac{(-24)^2}{50}]}=10\sqrt{\frac{5524}{49\times 50}}=\frac{2}{7}\sqrt{2762}$

$\fallingdotseq 15.02$。

218.219	第1題	▲某次測驗，第一組學生30人，平均成績80分，標準差5分；第二組學生30人，平均成績為86分，標準差4分，則合併兩組學生共60人時，求： ⑴平均分數。 ⑵標準差。（第二位小數四捨五入，取一位小數） 【答：⑴83；⑵5.4。】 解：⑴∵$\overline{x_1}=80$、$\overline{x_2}=86$ ∴平均成績$\overline{x}=\dfrac{30\times80+30\times86}{30+30}=83$（分）。 ⑵設第一組30人之成績為$x_1$、$x_2$、……、$x_{30}$ 第二組30人之成績為y_1、y_2、……、y_{30} 則$\overline{x}=80$、$S_x=5$、$\overline{y}=86$、$S_y=4$ $S^2=\dfrac{1}{n}\sum x_i^2-\overline{x}^2$ $\Rightarrow\sum x_i^2=n(S^2+\overline{x}^2)$ $\therefore\begin{cases}\sum x_i^2=30(5^2+80^2)\\ \sum y_i^2=30(4^2+86^2)\end{cases}$ $\Rightarrow S^2=\dfrac{1}{60}(\sum x_i^2+\sum y_i^2)-83^2$ $=\dfrac{59}{2}$ $\Rightarrow S=\sqrt{\dfrac{59}{2}}\fallingdotseq5.4$。

219	第1題	▲設9個數x_1、x_2、x_3、……、x_9的算術平均數為14，標準差為4，若$x_{10}=12$、$x_{11}=16$，求： ⑴11個數x_1、x_2、x_3、……、x_{11}的算術平均數$\overline{x}$。 ⑵11個數x_1、x_2、x_3、……、x_{11}的標準差S。（取至小數點後第二位四捨五入） 【答：⑴14；⑵3.52。】 解：⑴$\dfrac{\sum_{i=1}^{9} x_i}{9}=14$ $\Rightarrow \sum_{i=1}^{9} x_i=126$ $\therefore \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{9} x_i+12+16}{11}=14$。 ⑵$\sqrt{\dfrac{1}{8}(\sum_{i=1}^{9} x_i^2-\dfrac{126^2}{9})}=4$ $\Rightarrow \sum_{i=1}^{9} x_i^2-1764=128$ $\Rightarrow \sum_{i=1}^{9} x_i^2=1892$ $\therefore S=\sqrt{\dfrac{1}{11}(1892+12^2+16^2-\dfrac{154^2}{11})}$ $=\sqrt{\dfrac{2292-2156}{11}}=\sqrt{\dfrac{136}{11}}\fallingdotseq 3.52$。

226.227

第1題

▲如下表，有5筆x與y的數值資料：

x	1	2	3	4	9
y	3	4	10	5	12

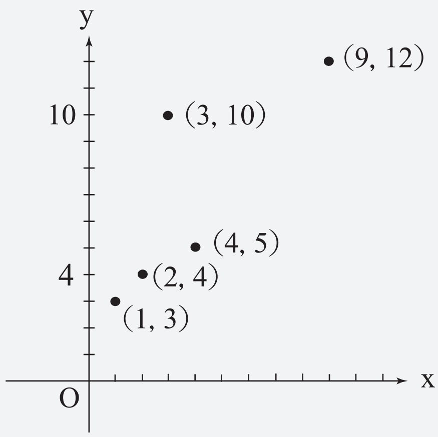
試問：【93軍校甲】

(1)若欲刪除1筆資料，使剩下的4筆資料相關係數最大，則刪哪1筆最好？

(2)刪除後4筆資料的相關係數。

【答：(1)(3, 10)；(2)0.99。】

解：



(1)由x與y的散布圖，如上圖可知刪除$x=3$，$y=10$的資料，可使剩下的4筆資料，相關係數最大。

(2)刪除後的相關係數：

x_i	y_i	$x_i-\overline{x}$	$y_i-\overline{y}$	$(x_i-\overline{x})^2$	$(y_i-\overline{y})^2$	$(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$
1	3	-3	-3	9	9	9
2	4	-2	-2	4	4	4
4	5	0	-1	0	1	0
9	12	5	6	25	36	30
合計				38	50	43

$\overline{x}=4$，$\overline{y}=6$

x與y的相關係數$=\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}}$

$=\dfrac{43}{\sqrt{38}\sqrt{50}}$

$=\dfrac{43}{\sqrt{1900}}$

$\fallingdotseq 0.99$。

227.228	第1題	▲兩組變量x與y，每組均有10個數值資料，得散布圖的樣本點 (x_i, y_i)，$i=1$、2、3、……、10，已知 $\sum_{i=1}^{10} x_i=12$，$\sum_{i=1}^{10} y_i=15$，$\sum_{i=1}^{10} x_i^2=34.4$，$\sum_{i=1}^{10} y_i^2=42.5$，$\sum_{i=1}^{10} x_iy_i=30.6$，則：【93軍校甲】 (1)標準差 S_x 為多少？ (2)標準差 S_y 為多少？ (3)x與y的相關係數r為多少？ (4)$3x-4$ 與 $2y+5$ 的相關係數為多少？ 【答：(1)$\frac{\sqrt{20}}{3}$；(2)$\frac{\sqrt{20}}{3}$；(3)0.63；(4)0.63。】 解：$\because \sum_{i=1}^{10} x_i=12$ $\Rightarrow \overline{x}=1.2$，$\sum_{i=1}^{10} y_i=15$ $\Rightarrow \overline{y}=1.5$ $\sum_{i=1}^{10} x_i^2=34.4$，$\sum_{i=1}^{10} y_i^2=42.5$ (1)$S_x=\sqrt{\frac{1}{10}[\sum_{i=1}^{10} x_i^2-\frac{1}{10}(\sum_{i=1}^{10} x_i)^2]}$ $=\sqrt{\frac{1}{10}[34.4-\frac{1}{10}(12)^2]}$ $=\sqrt{\frac{1}{10}[34.4-14.4]}$ $=\sqrt{2}$ $\fallingdotseq 1.4$。 (2)$S_y=\sqrt{\frac{1}{9}[\sum_{i=1}^{10} y_i^2-\frac{1}{10}(\sum_{i=1}^{10} y_i)^2]}$ $=\sqrt{\frac{1}{9}[42.5-\frac{1}{10}(15)^2]}$ $=\sqrt{\frac{1}{9}[42.5-22.5]}$ $=\sqrt{2}$ $\fallingdotseq 1.4$。 (3)$r=\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{9S_xS_y}$ $=\frac{\sum_{i=1}^{10} x_iy_i-10\overline{x}\,\overline{y}}{10S_xS_y}$ $=\frac{30.6-10\times1.2\times1.5}{10\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{12.6}{20}$ $=0.63$。 (4)$r(3x-4, 2y+5)=r(x, y)=0.63$。

229	第1題	▲甲、乙、……等49人的某次測驗成績的平均數80，標準差S_1，若經複查發現只有甲、乙二人批改錯誤，甲由50更正為80，乙由100更正為70，而標準差變為S_2，則S_1-5、S_1、S_2之大小關係為何？【98警專乙、99警專乙】 【答：$S_1-5<S_2<S_1$。】 解：成績更正前後之平均數都是80，$80\times49=3920$ 令更正前49人分數的平方和為a，更正後49人分數的平方和為b，知$a=b+1200$ 由$S_1^2=\frac{1}{49}[a-\frac{1}{49}(3920)^2]$，$S_2^2=\frac{1}{49}[b-\frac{1}{49}(3920)^2]$ $S_1^2-S_2^2=\frac{1}{49}(a-b)\fallingdotseq24.5$（$\because a-b=1200$） $\therefore S_1^2=S_2^2+24.5<(S_2+5)^2$，$S_1^2>S_2^2$且$S_1^2<(S_2+5)^2$ 得$S_1>S_2$且$S_1<(S_2+5)$，故$S_1-5<S_2<S_1$。

230.231	第1題	▲以下為10位學生某次段考甲、乙二學科測驗成績，設其相關係數為r。若已知此10位學生的成績如下：

學生代號	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	總計
甲科測驗	3	4	8	9	5	6	7	7	6	5	60
乙科測驗	9	9	7	7	8	7	7	8	9	9	80

求：

⑴甲科對乙科的最適合直線為何？

⑵乙科對甲科的最適合直線為何？

【答：⑴$x=-1.5y+18$；⑵$y=-0.4x+10.4$。】

解：$\overline{x}=\frac{60}{10}=6$，$\overline{y}=\frac{80}{10}=8$

$x_i-\overline{x}$	-3	-2	2	3	-1	0	1	1	0	-1
$y_i-\overline{y}$	1	1	-1	-1	0	-1	-1	0	1	1

$\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=-12$，$\sum(x_i-\overline{x})^2=30$，$\sum(y_i-\overline{y})^2=8$

所以$r_{xy}=\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}}=\dfrac{-12}{\sqrt{30}\sqrt{8}}$

$S_x=\sqrt{\frac{1}{n}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{10}\times 30}=\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{10}}$

$S_y=\sqrt{\frac{1}{n}(y_i-\overline{y})^2}=\sqrt{\frac{1}{10}\times 8}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}$

⑴甲科對乙科的最適合直線方程式為：

$x=\overline{x}+r\times\frac{Sx}{Sy}(y-\overline{y})$

$=6+(\frac{-12}{\sqrt{30}\sqrt{8}})\times\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{8}}(y-8)$

$=6-1.5(y-8)$

即$x=-1.5y+18$。

⑵乙科對甲科的最適合直線方程式為：

$y=\overline{y}+r\times\frac{Sy}{Sx}(x-\overline{x})$

$=8+(\frac{-12}{\sqrt{30}\sqrt{8}})\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{30}}(x-6)$

$=8-0.4(x-6)$

即$y=-0.4x+10.4$。

231.232	第1題	▲有10位同學，甲、乙二科(x_i, y_i)，$i=1$、2、3，……、10滿足：$\sum_{i=1}^{10} x_i=70$，$\sum_{i=1}^{10} y_i=80$，$\sum_{i=1}^{10} x_i^2=520$，$\sum_{i=1}^{10} y_i^2=660$及$\sum_{i=1}^{10} x_iy_i=541$，則：【93軍校甲】 ⑴相關係數r為何？ ⑵y對x的最適合直線為何？ 【答：⑴-0.776；⑵$y=10.804-0.634x$。】 解：⑴$x'=x-\overline{x}$，$y'=y-\overline{y}$，$\overline{x}=7$，$\overline{y}=8$ $S_x^2=\frac{1}{10}[520-\frac{1}{10}(70)^2]=3$，$\sum x'^2=30$ $S_y^2=\frac{1}{10}[660-\frac{1}{10}(80)^2]=2$，$\sum y'^2=20$ $\sum x'y'=\sum xy-n\overline{x}\,\overline{y}=541-10\times7\times8=-19$ $r=\frac{\sum x'y'}{\sqrt{\sum x'^2}\sqrt{\sum y'^2}}$ $=\frac{-19}{\sqrt{30}\sqrt{20}}$ $=-\sqrt{\frac{19^2}{30\times20}}$ $=-\sqrt{0.6017}$ $=-0.776$。 ⑵$y=\overline{y}+r\times\frac{Sy}{Sx}(x-\overline{x})\Leftrightarrow y=8-0.776\times\sqrt{\frac{2}{3}}(x-7)$ $\Leftrightarrow y=10.804-0.634x$……y對x的最適合直線。

232.233	第1題	▲設有200對父子體重(x_i, y_i)的資料，已算出下列統計量（單位為公斤）：【93軍校甲】 $\overline{x}=68$　　$\overline{y}=70$ $\sum(x_i-\overline{x})^2=1764$　　$\sum(y_i-\overline{y})^2=2025$ $\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=1000$　　$n=200$ 試求： ⑴兩變數x與y的相關係數。 ⑵變數y對x的最適合直線。 【答：⑴$r=0.53$；⑵$y=0.57x+31.24$。】 解：⑴$r=\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}}$ $=\dfrac{1000}{\sqrt{1764}\sqrt{2025}}$ $=\dfrac{1000}{42\times45}$ $\fallingdotseq0.53$。 ⑵$S_x=\sqrt{\dfrac{1}{200}\sum(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\dfrac{1764}{200}}$ $S_y=\sqrt{\dfrac{1}{200}\sum(y_i-\overline{y})^2}=\sqrt{\dfrac{2025}{200}}$ 所以y對x的最適合直線 $y=\overline{y}+r\times\dfrac{Sy}{Sx}(x-\overline{x})$ $=70+0.53\times\sqrt{\dfrac{2025}{1764}}(x-68)$ $=70+0.57(x-68)$ 即$y=0.57x+31.24$。

234.235

第1題

▲6筆資料(1, 3)、(2, 3)、(3, 1)、(2, 1)、(3, 1)、(3, 5)表x與y散布圖上的樣本點，則：

⑴x與y的相關係數r為何？

⑵x對y的最適合直線為何？【93軍校甲】

【答：⑴-0.1；⑵$x=\frac{49}{20}-\frac{1}{20}y$。】

解：$\overline{x}=\frac{7}{3}$，$\overline{y}=\frac{7}{3}$，$x'=x-\overline{x}$，$y'=y-\overline{y}$

x	y	x'	y'	x'y'	x'^2	y'^2
1	3	$\frac{-4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{9}$
2	3	$\frac{-1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
3	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{-4}{3}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{16}{9}$
2	1	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-4}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{16}{9}$
3	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{-4}{3}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{16}{9}$
3	5	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{64}{9}$
合計				$\frac{-2}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{40}{3}$

⑴$r=\dfrac{\frac{-2}{3}}{\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{40}{3}}}=\frac{-1}{10}=-0.1$。

⑵x對y的最適合直線L：$x=\overline{x}+r\times\dfrac{\sqrt{\sum x_i'^2}}{\sqrt{\sum y_i'^2}}(y-\overline{y})$

得$x=\frac{7}{3}+\frac{-1}{10}\times\dfrac{\sqrt{\frac{10}{3}}}{\sqrt{\frac{40}{3}}}(y-\frac{7}{3})$，即$x=\frac{7}{3}-\frac{1}{20}(y-\frac{7}{3})$

$\therefore x=\frac{49}{20}-\frac{1}{20}y$。

236.237

第1題

▲某班上有10個學生（以甲、乙、……、癸編號），其期末成績與該學期上課缺課時數的統計資料如下：

編號	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
缺課數	1	2	5	6	3	5	3	2	2	1
成績	55	85	95	55	75	65	75	75	85	85

試求：【93軍校甲】

⑴這10個學生的缺課數x與期末成績y的相關係數。

⑵這10個資料，變y對x的最適合直線方程式。

【答：⑴－0.99；⑵y＝79.29－1.43x。】

解：

x_i	y_i	$x_i-\overline{x}$	$y_i-\overline{y}$	$(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$(x_i-\overline{x})^2$	$(y_i-\overline{y})^2$
1	55	−2	−20	40	4	400
2	85	−1	10	−10	1	100
5	95	2	20	40	4	400
6	55	3	−20	−60	9	400
3	75	0	0	0	0	0
5	65	2	−10	−20	4	100
3	75	0	0	0	0	0
2	75	−1	0	0	1	0
2	85	−1	10	−10	1	100
1	85	−2	10	−20	4	100
總計				−40	28	1600

$\because \overline{x}=3$，$\overline{y}=75$

$\therefore \sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=-40$

$\sum(x_i-\overline{x})^2=28$，$\Sigma(y_i-\overline{y})^2=1600$

⑴x與y的相關係數$r=\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum(y_i-\overline{y})^2}}$

$=\dfrac{-40}{\sqrt{28}\sqrt{1600}}$

$\fallingdotseq -0.19$。

⑵y對x的最適合直線方程式$y=\overline{y}+r\dfrac{Sy}{Sx}(x-\overline{x})$

即$y=75+(\dfrac{-40}{\sqrt{28}\sqrt{1600}})\dfrac{\sqrt{1600}}{\sqrt{28}}(x-3)$

即$y=75-1.43(x-3)$

$\Rightarrow y=79.29-1.43x$為所求直線。

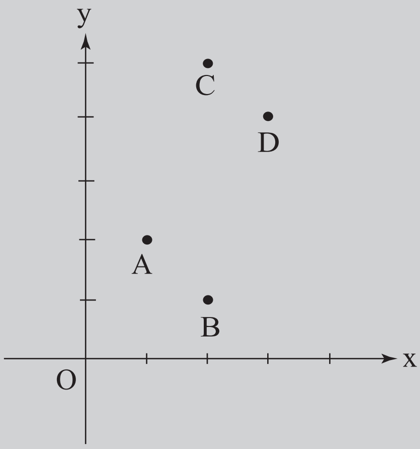
237.238	第1題	▲高二某班第一次期中考數學成績平均60分，標準差15分；英文成績平均75分，標準差15分，且二科成績的相關係數為0.45，則： ⑴哪一科成績的差異性較大？ ⑵若將全班數學成績加5分，英文成績乘$\frac{5}{6}$倍，則新的數學成績標準差為何？ ⑶新的英文成績平均值為何？ ⑷此二科新成績的相關係數為何？【93軍校甲】 【答：⑴數學；⑵15；⑶62.5；⑷0.45。】 解：⑴數學成績的變異係數$=\frac{15}{60}\times100\%=25\%$ 英文成績的變異係數$=\frac{15}{75}\times100\%=20\%$ ⇒數學差異性較大。 ⑵設數學成績為x、英文成績為y 則數學成績加5分，即$x+5$ 英文成績乘$\frac{5}{6}$，即$\frac{5}{6}y$ $\therefore S_{x+5}=S_x=15$（分）。 ⑶$(\frac{5}{6}y)=\frac{5}{6}\overline{y}=\frac{5}{6}\times75=62.5$（分）。 ⑷相關係數$r(x+5,\frac{5}{6}y)=r(x,y)=0.45$。

238.239　第1題

▲下圖4筆資料A(1, 2)、B(2, 1)、C(2, 5)與D(3, 4)，則：

(1)x、y之相關係數r為何？

(2)y對於x的最適合直線為何？【93軍校甲】



【答：(1)0.447；(2)$y=1+x$。】

解：$x'_i=x_i-\overline{x}$，$y'_i=y_i-\overline{y}$，$\overline{x}=2$，$\overline{y}=3$

x	y	x'	y'	x'y'	x'^2	y'^2
1	2	−1	−1	1	1	1
2	1	0	−2	0	0	4
2	5	0	2	0	0	4
3	4	1	1	1	1	1
合計				2	2	10

(1)$r=\dfrac{\sum x_i'y_i'}{\sqrt{\sum x'^2}\sqrt{\sum y'^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}=0.447$。

(2)由$y=\overline{y}+r\times\dfrac{\sqrt{\sum y_i'^2}}{\sqrt{\sum x_i'^2}}(x-\overline{x})$

得$y=3+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}(x-2)$

∴y對x之最適合直線$y=1+x$。

242　第1題

(B)▲設$\begin{cases}u=x-2y\\v=3x-5y\end{cases}$，今可將x、y解出如下：$\begin{cases}x=au+bv\\y=cu+dv\end{cases}$，則下列何者為真？(A)$a+b>0$ (B)$ab<0$ (C)$ad-bc<0$ (D)$abcd<0$。

【註：$\begin{cases}u=x-2y & \cdots\cdots①\\v=3x-5y & \cdots\cdots②\end{cases}$

①×3−②得$3u-v=-y$

$\Rightarrow y=-3u+v$代入①

得$x=u+2y=u+2(-3u+v)=-5u+2v$

$\therefore\begin{cases}x=-5u+2v\\y=-3u+v\end{cases}$

得$a=-5$，$b=2$，$c=-3$，$d=1$。】

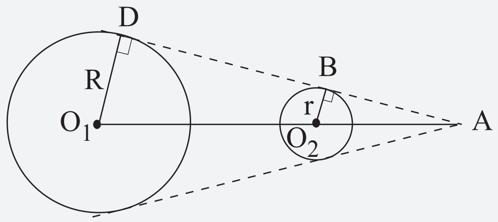
243.244	第2題	（C）▲$\begin{vmatrix} a & x & s \\ b & y & t \\ c & z & u \end{vmatrix}$之值與下列何者不相等？（A）$\begin{vmatrix} x & s & a \\ y & t & b \\ z & u & c \end{vmatrix}$（B）$\begin{vmatrix} a+x+3s & x & s \\ b+y+3t & y & t \\ c+z+3u & z & u \end{vmatrix}$（C）$\begin{vmatrix} axs & x & s \\ byt & y & t \\ czu & z & u \end{vmatrix}$（D）$\begin{vmatrix} 3a & 1.5x & 3s \\ b & 0.5y & t \\ c & 0.5z & u \end{vmatrix}$。【99警專甲】 【註：（A）$\begin{vmatrix} x & s & a \\ y & t & b \\ z & u & c \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} x & a & s \\ y & b & t \\ z & c & u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x & s \\ b & y & t \\ c & z & u \end{vmatrix}$。 $\times(-1)$ $\times(-3)$ （B）$\begin{vmatrix} a+x+2s & x & s \\ b+y+2t & y & t \\ c+z+2u & z & u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x & s \\ b & y & t \\ c & z & u \end{vmatrix}$。 （C）$\begin{vmatrix} axs & x & s \\ byt & y & t \\ czu & z & u \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} a & x & s \\ b & y & t \\ c & z & u \end{vmatrix}$。 （D）$\begin{vmatrix} 3a & 1.5x & 3s \\ b & 0.5y & t \\ c & 0.5z & u \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} a & 0.5x & s \\ b & 0.5y & t \\ c & 0.5z & u \end{vmatrix}$ $= 3\times(0.5)\begin{vmatrix} a & x & s \\ b & y & t \\ c & z & u \end{vmatrix}$。】

245.246	第2題	▲平面上三相異直線L_1：$3x-8y=t-4$，L_2：$-2x+(t+3)y=4$，L_3：$x+(1-t)y=-2$相交於一點，求L_1、L_2、L_3分別為何？【95警專乙、99警專甲】 【答：L_1：$3x-8y+6=0$；L_2：$-2x+y-4=0$；L_3：$x+3y+2=0$。】 解：三直線共點⇒$\begin{vmatrix}3&-8&t-4\\-2&t+3&4\\1&1-t&-2\end{vmatrix}=0$ $\Rightarrow -6(t+3)-32-2(t-4)(1-t)-(t-4)(t+3)+32-12(1-t)=0$ $\Rightarrow t^2-3t-10=0\Rightarrow(t+2)(t-5)=0$ $\Rightarrow t=5$或$t=-2$ ①當$t=5$時，三直線為$\begin{cases}L_1: 3x-8y=1\\L_2: -2x+8y=4\\L_3: x-4y=-2\end{cases}$，但$L_2$與$L_3$重合，故不合。 ②當$t=-2$時，三直線為$\begin{cases}L_1: 3x-8y=-6\\L_2: -2x+y=4\\L_3: x+3y=-2\end{cases}$，均相異，故$t=-2$。 $\therefore L_1$：$3x-8y+6=0$，L_2：$-2x+y-4=0$，L_3：$x+3y+2=0$。
247	第1題	▲有一件工作，若A與B兩部機器同時使用，則6小時可完成這件工作；若先讓A機器工作5小時，餘下工作由B機器去做，則10小時可完工，問A、B機器單獨工作，各需多少小時才能完工？ 【答：A機器需$\frac{15}{2}$小時，B機器需30小時。】 解：設A機器單獨工作需x小時，B機器單獨工作需y小時 $\begin{cases}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})\times 6=1\\(\frac{5}{x}+\frac{10}{y})=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})=\frac{1}{6}\ \cdots\cdots ①\\(\frac{1}{x}+\frac{2}{y})=\frac{1}{5}\ \cdots\cdots ②\end{cases}$ 由②－①，得$\frac{1}{y}=\frac{1}{30}\Rightarrow y=30$； 由①×2－②，得$\frac{1}{x}=\frac{2}{15}\Rightarrow x=\frac{15}{2}$ 故A機器需$\frac{15}{2}$小時，B機器需30小時。

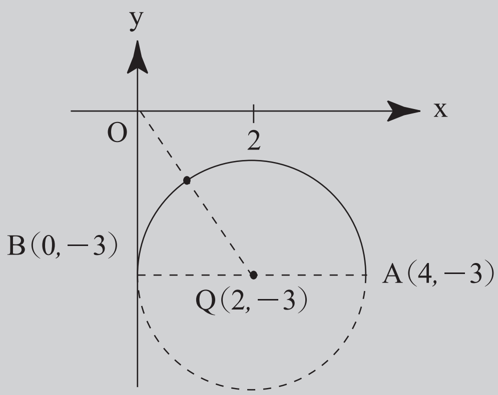
251.252	第2題	▲若方程組 $\begin{cases} x+ky-z=0 \\ 2x+ky-z=y \\ x+2y-z=0 \end{cases}$ 有 $x=y=z=0$ 以外的解，則：【94警專乙、97警專乙、99警專乙】 ⑴k為多少？ ⑵方程組的解為多少？ 【答：⑴2；⑵$x=s$，$y=s$，$z=3s$（$s\in R$）。】 解：⑴原式 $\begin{cases} x+ky-z=0 \\ 2x+(k-1)y-z=0 \\ x+2y-z=0 \end{cases}$ 有異於(0，0，0)之解 則 $\begin{vmatrix} 1 & k & -1 \\ 2 & k-1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}=0$，得 $k=2$。 ⑵$k=2$ 代入原式 $\Rightarrow \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x+y-z=0 \\ x+2y-z=0 \end{cases}$ 表二平面重合且與另一平面交於一直線L 則L：$\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x+y-z=0 \end{cases} \Rightarrow$ L：$\begin{cases} x=s \\ y=s \\ z=3s \end{cases}$，$s\in R$。

253.254	第1題	▲利用克拉瑪公式解方程組$\begin{cases}21x+22y+27z=50\\22x+23y+28z=51\\23x+24y+25z=52\end{cases}$，則$x-y+z$為多少？【96警專甲、97警專乙、98警專甲、99警專乙】 【答：-57。】 解：$\triangle=\begin{vmatrix}21&22&27\\22&23&28\\23&24&25\end{vmatrix}\begin{matrix}\times(-1)\\ \\ \times(-1)\end{matrix}=\begin{vmatrix}21&22&27\\1&1&1\\2&2&-2\end{vmatrix}=4$ $\triangle_x=\begin{vmatrix}50&22&27\\51&23&28\\52&24&25\end{vmatrix}\begin{matrix}\times(-1)\\ \\ \times(-1)\end{matrix}=\begin{vmatrix}50&22&27\\1&1&1\\2&2&-2\end{vmatrix}=-112$ $\triangle_y=\begin{vmatrix}21&50&27\\22&51&28\\23&52&25\end{vmatrix}=116$ $\triangle_z=\begin{vmatrix}21&22&50\\22&23&51\\23&24&52\end{vmatrix}\begin{matrix}\times(-1)\\ \\ \times(-1)\end{matrix}=\begin{vmatrix}21&22&50\\1&1&1\\2&2&2\end{vmatrix}=0$ $\begin{cases}x=\dfrac{\triangle_x}{\triangle}=\dfrac{-112}{4}=-28\\y=\dfrac{\triangle_y}{\triangle}=\dfrac{116}{4}=29\\z=\dfrac{\triangle_z}{\triangle}=\dfrac{0}{4}=0\end{cases}$ $\therefore x-y+z=-28-29+0=-57$。
262.263	第2題	▲若方陣$A=\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{bmatrix}$且$A^4=I$，且$0<\theta\leqq\pi$，則$\theta$為多少？ 【96警專乙、98警專乙】 【答：$\frac{\pi}{2}$。】 解：$A=\begin{bmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{bmatrix}$時 $A^4=\begin{bmatrix}\cos4\theta&-\sin4\theta\\\sin4\theta&\cos4\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ 所以$\begin{cases}\cos4\theta=1\\\sin4\theta=0\end{cases}$ 又$0<\theta\leqq\pi$時，$0<4\theta\leqq4\pi$，此時$4\theta=2\pi$，即$\theta=\frac{\pi}{2}$。

264	第1題	▲若方陣$M=\begin{bmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{bmatrix}$，則$M^{-1}$為何？【97警專甲、99警專甲】 【答：$\begin{bmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{bmatrix}$。】 解：$\det(M)=0+12+12-9-16-0=-1$ $M^{-1}=-1\begin{bmatrix}\begin{vmatrix}-3&4\\-3&4\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}1&-1\\-3&4\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&-1\\-3&4\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}4&4\\3&4\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}0&-1\\3&4\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}0&-1\\4&4\end{vmatrix}\\\begin{vmatrix}4&-3\\3&-3\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}0&1\\3&-3\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}0&1\\4&-3\end{vmatrix}\end{bmatrix}$ $=-1\begin{bmatrix}0&-1&1\\-4&3&-4\\-3&3&-4\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}0&1&-1\\4&-3&4\\3&-3&4\end{bmatrix}$。

<table>
<tr><td>271.272</td><td>第1題</td><td>(D)▲兩圓$C_1：x^2+y^2-6x-2y+1=0$、$C_2：x^2+y^2+4x+3=0$之外公切線夾角為$\theta(0<\theta<\frac{\pi}{2})$，則下列敘述何者不正確？(A)外公切線段長為$\sqrt{22}$ (B)內公切線段長為$\sqrt{10}$ (C)兩外公切線的交點為$(-\frac{9}{2},-\frac{1}{2})$ (D)$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{3}{5}$。【95警專甲】
【註：


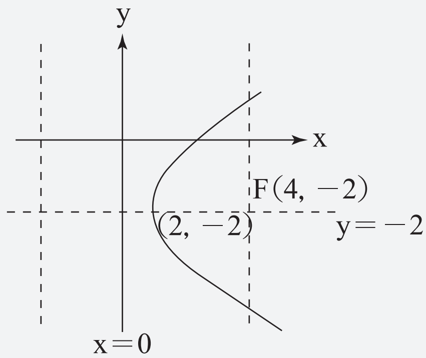
①$C_1：(x-3)^2+(y-1)^2=9$
$C_2：(x+2)^2+y^2=1$
∴圓心$O_1(3,1)$，$O_2(-2,0)$
半徑$R=3$，$r=1$。
②外公切線段長$=\sqrt{\overline{O_1O_1}^2-(R-r)^2}$
$=\sqrt{26-4}$
$=\sqrt{22}$。
③內公切線段長$=\sqrt{\overline{O_1O_1}^2-(R+r)^2}$
$=\sqrt{26-16}$
$=\sqrt{10}$。
④在$\triangle O_1AD$中
$\overline{AO_2}：\overline{AO_2}=\overline{BO_2}：\overline{DO_1}=\frac{r}{R}=\frac{1}{3}$
$\Rightarrow A(-\frac{9}{2},-\frac{1}{2})$。
⑤仿④，兩內公切線的交點為$(-\frac{3}{4},\frac{1}{4})$。
⑥在$\triangle O_2AB$中
$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{\overline{O_2B}}{\overline{O_2A}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{26}{4}}}=\frac{2}{\sqrt{26}}$。】</td></tr>
<tr><td>273</td><td>第1題</td><td>▲設有O_1、O_2、O_3三圓，其半徑分別為15公分、6公分、7公分，圓O_1分別與圓O_2、圓O_3內切，且圓O_2與圓O_3外切，則$\overline{O_1O_3}+\overline{O_2O_3}$為多少？【95警專甲】
【答：21公分。】
解：$\overline{O_1O_3}+\overline{O_2O_3}=(15-7)+(6+7)=21$（公分）。</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>273.274</td>
<td>第3題</td>
<td>▲若一圓過二已知圓$x^2+y^2-x+y=2$及$x^2+y^2=5$之交點，且過$(2,-2)$，則該圓之方程式為何？
【答：$x^2+y^2-3x+3y+4=0$。】
解：觀念：圓方程式$C_1=0$、$C_2=0$，則過C_1、C_2兩圓交點之圓方程式為$C_1+kC_2=0$（其中$k\in R$，$1+k^2\neq 0$）
本題中，設圓C：$(x^2+y^2-x+y-2)+k(x^2+y^2-5)=0$
以$(2,-2)$代入$\Rightarrow k=-\dfrac{2}{3}$
$\therefore$所求C：$x^2+y^2-x+y-2-\dfrac{2}{3}(x^2+y^2-5)=0$
即$x^2+y^2-3x+3y+4=0$。</td>
</tr>
<tr>
<td>274.275</td>
<td>第2題</td>
<td>▲設$y=-3+\sqrt{4-(x-2)^2}$，則x^2+y^2的最大值為a，和最小值為b，則數對$(a，b)$為何？
【答：$(25，17-4\sqrt{13})$。】
解：


$y=-3+\sqrt{4-(x-2)^2}$……①，移項平方
$\Rightarrow(y+3)^2=4-(x-2)^2$
$\Rightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=4$為圓心$Q(2,-3)$、半徑2的圓
而①式的圖形為此圓的一部分（上方半圓，因$y\geqq-3$）
如圖：圓的直徑$\overline{AB}$，①的圖形為上方半圓（實線部分），
x^2+y^2表示圖形上的點(x,y)與原點O的距離平方
$\therefore x^2+y^2$的最大值為$\overline{OA}^2=4^2+(-3)^2=25$
x^2+y^2的最小值為：
$(\overline{OQ}-2)^2=(\sqrt{13}-2)^2=17-4\sqrt{13}$
$\Rightarrow(a,b)=(25,17-4\sqrt{13})$。</td>
</tr>
</table>

276	第1題	▲若圓$x^2+y^2-6x+ky+m=0$切直線$3x-4y=8$於點$(4, 1)$，則數對$(k，m)$為何？【94警專乙】 【答：$(-\frac{14}{3}，\frac{35}{3})$。】 解：圓$x^2+y^2-6x+ky+m=0$切直線$3x-4y=8$於點$(4, 1)$ 故圓在點$(4, 1)$的切線方程式為： $4x+y-6\frac{4+x}{2}+k\frac{1+y}{2}+m=0$ $\Rightarrow 2x+(2+k)y+k+2m-24=0 \Rightarrow 3x-4y-8=0$ $\therefore \frac{2}{3}=\frac{2+k}{-4}=\frac{k+2m-24}{-8}$，解得$k=-\frac{14}{3}$，$m=\frac{35}{3}$。
279	第1題	▲一圓C過點$(-2, -1)$且與兩坐標軸均相切，則圓C的方程式為何？（有二解） 【答：$(x+1)^2+(y+1)^2=1$或$(x+5)^2+(y+5)^2=25$。】 解：圓C過第三象限的點$(-2, -1)$且與x軸、y軸均相切 ⇒圓心必在第三象限內且與x軸、y軸等距 設圓心$(-a, -a)$，半徑a，則圓的方程式為： $(x+a)^2+(y+a)^2=a^2$ 過點$(-2, -1)$ $\Rightarrow(-2+a)^2+(-1+a)^2=a^2$ $\Rightarrow a^2-6a+5=0$ $\Rightarrow a=1$或$a=5$ 故圓的方程式為$(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 或$(x+5)^2+(y+5)^2=25$。
280	第1題	▲圓心在直線$y=x-4$上且過兩點$(-1, -2)$、$(-2, 3)$的圓之方程式為？【94軍校甲、97警專乙】 【答：$(x-6)^2+(y-2)^2=25$。】 解：設圓心$Q(a, b)$，圓心在直線$y=x-4$上 $\therefore b=a-4$……① 設$A(-1, -2)$、$B(-2, 3)$，則$\overline{QA}=\overline{QB}$ $\Rightarrow(a+1)^2+(b+2)^2=(a+2)^2+(b-3)^2$ $\Rightarrow 5b=a+4$……② 解①②得$a=6$，$b=2$，又$\overline{QA}=\sqrt{(a-1)^2+(b-2)^2}$ $=\sqrt{25+0}=5$ 故所求圓的方程式為$(x-6)^2+(y-2)^2=25$。

283.284	第2題	（C）▲有關方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=18$之圖形，下列敘述何者不正確？（A）圖形是中心在$(-4, 3)$之橢圓（B）圖形不與坐標軸成對稱（C）短軸之長為$2\sqrt{14}$（D）原點在圖形的內部。【97警專甲、97警專乙、98警專乙】 【註：方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=18$之圖形為一橢圓，焦點為$F(-8, 0)$、$F'(0, 6)$ 長軸長$=2a=18$ $\Rightarrow a=9$，中心為$\overline{FF'}$之中點$(-4, 3)$ $2c=\overline{FF'}=\sqrt{64+36}=10$ $\Rightarrow c=5$，$b=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{81-25}=2\sqrt{14}$ $\Rightarrow$短軸長$=2b=4\sqrt{14}$ 長軸在直線$\overline{FF'}$：$3x-4y+24=0$上 短軸所在之直線斜率為$-\frac{4}{3}$，且圖形不與坐標軸成對稱，又原點$(0, 0)$代入方程式中 $\sqrt{(0+8)^2+0^2}+\sqrt{0^2+(0-6)^2}=14<18$ $\therefore$原點在圖形的內部。】

285.286	第2題	▲拋物線$y^2-8x+4y+20=0$，求：【95警專甲、95警專乙、97警專乙】 ⑴頂點。 ⑵焦點坐標。 ⑶準線方程式。 ⑷軸方程式。 ⑸正焦弦長。 【答：⑴$(2,-2)$；⑵$(4,-2)$；⑶$x=0$；⑷$y+2=0$；⑸8。】 解：  $y^2-8x+4y+20=0$ $\Rightarrow (y+2)^2=4\times 2(x-2)$ $C=2>0$　∴開口向右 $\Rightarrow$⑴頂點$(2,-2)$。 ⑵$F(4,-2)$。 ⑶準線方程式$x+2-2=0$ （∵頂點向右移1），即$x=0$。 ⑷軸方程式$y=-2$。 ⑸正焦弦長$=4C=4\times 2=8$。
291	第1題	▲P為拋物線上$y=x^2$的一點，求距定點$A(0,2)$最近之P點坐標為何？ 【答：$(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{3}{2})$。】 解：可令$P(t,t^2)$在拋物線上 $\overline{PA}=\sqrt{(t-0)^2+(t^2-2)^2}=\sqrt{t^4-3t^2+4}=\sqrt{(t^2-\frac{3}{2})^2+\frac{7}{4}}$ ∴當$P(\pm\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{3}{2})$時，$\overline{PA}$有$\min=\sqrt{\frac{7}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$。

	第題	▲一雙曲線之貫軸兩頂點為A(6, 3)、B(12, 3)，一焦點為F(14, 3)，求其方程式為何？【95警專乙、96警專甲、98警專乙】 【答：$\frac{(x-9)^2}{9}-\frac{(y-3)^2}{16}=1$。】 解：$a=\frac{1}{2}\overline{AB}=3$，中心O為$\overline{AB}$之中點(9, 3) $c=\overline{OF}=14-9=5$ $\Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=4$ $\because \overleftrightarrow{AB}: y=3$ ∴貫軸平行x軸 $\Rightarrow$方程式為：$\frac{(x-9)^2}{9}-\frac{(y-3)^2}{16}=1$。